

MODELIZAÇÃO DE FRENTES LIVRES DE BANCADA

Principais passos

VINICIUS GOUVEIA DE MIRANDA

DOUTORAMENTO EM ENGENHARIA DE MINAS E GEO-AMBIENTE

Modelação Aplicada
PDEMGEO11

Docentes

José Manuel Soutelo Soeiro de Carvalho

FEVEREIRO DE 2017

RESUMO

O trabalho que segue tem por objetivo abordar as atuais tecnologias utilizadas para a geração (modelização) de frentes livres de bancadas utilizadas para o desmonte de rochas bem como desenvolver de maneira pedagógica exemplos aplicados de importantes algoritmos utilizados nesse processo. Aborda também a importância dessa modelização e pretende trazer à tona, de maneira sucinta, uma visão holística do tema uma vez que o autor desse trabalho considera que o “*conjunto da obra*” que engloba todas os tópicos que seguem são mais importantes que as técnicas individuais em si.

PALAVRAS-CHAVE: modelo, frente livre, desmonte, tecnologia.

ÍNDICE GERAL

RESUMO	III
1. INTRODUÇÃO	1
2. BACKGROUND	4
2.1. REGRESSÃO LINEAR	4
2.2. CONVEX HULL	7
2.3. PROJEÇÃO DE PONTO EM PLANO	10
2.4. MUDANÇA DE BASE.....	11
2.5. DIAGRAMA DE VORONOI E TRIANGULAÇÃO DE DEALUNAY	11
2.6. K-MEANS.....	19
3. ORIGEM DOS DADOS	21
3.1. LASER 3D	21
3.2. FOTOGRAMETRIA	22
3.3. DRONES	22
3.4. TOPOGRAFIA TRADICIONAL	22
4. FORMATO DOS DADOS	23
4.1. TRANSFORMADAS ESFÉRICAS	24
5. MODELIZAÇÃO DO TERRENO	25
5.1. LOCALIZAÇÃO	25
5.2. TÉCNICO RESPONSÁVEL	26
5.3. LEVANTAMENTO DOS DADOS	26
5.4. PLANO DE REGRESSÃO.....	27
5.5. PROJEÇÃO DE PONTOS NO PLANO	28
5.6. MUDANÇA DE BASE.....	29
5.7. TRIANGULAÇÃO	30
5.8. DIVISÃO DE PONTOS.....	31
5.9. RESULTADO FINAL.....	32
6. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	34
BIBLIOGRAFIA	35
7. ANEXOS	38
7.1. ANEXO I	38

ÍNDICE DE FIGURAS E TABELAS

Figura 1: Risco de formação de matacos (Miranda, Couceiro, & Blazquez, Rioblast: Software de diseño y simulación de voladuras en entorno 3D, 2015)	1
Figura 2: Capa das edições de outubro/16, dezembro/16 e janeiro/17 da International Mining	2
Figura 3: Regressão linear para determinação de lei de atenuação (Dowding, 1985, pág. 31)	4
Figura 4: Configuração do computador utilizado na simulação	6
Figura 5: Comparação entre métodos.....	7
Figura 6: Convex Hull (De Berg, Cheong, Kreveld, & Overmars, 2008)	8
Figura 7: Reta e Ponto	8
Figura 8: Pontos topográficos de uma mina de cobre	9
Figura 9: Algoritmo de Hull.....	9
Figura 10:Projeção de ponto em plano	10
Figura 11: Mudança de base para cálculo de perfil crítico.....	11
Figura 12: Diagrama de Voronoi e Triangulação de delaunay (A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces, 2017).....	12
Figura 13: Etapas do algoritmo de triangulação (Hjelle & Daehlen)	12
Figura 14: Tempo gasto para triangular	13
Figura 15: Subdivisões para uma máxima triangulação de 50 mil pontos	13
Figura 16: Comparação de triangulação de 127 mil pontos subdividindo malha sem "costurar" e "costurando"	14
Figura 17:Triangulação completa dos 127 mil pontos, sem subdivisões	14
Figura 18:Triangulação com subdivisões de no máximo 50 mil pontos com o terreno a) Sem costura e b) com costura.....	15
Figura 19: O detalhe em vermelho exemplifica a cicatriz suavizada	15
Figura 20:Detalhes do complicado algoritmo "Divider and Conquer" (Hjelle & Daehlen)	15
Figura 21: Fluxo do algoritmo de costura	17
Figura 22:Etapas do algoritmo para costurar as subdivisões	18
Figura 23: diferentes maneiras de aplicar análise de clusters ao mesmo conjunto de pontos (adaptação de Pang-Ning et al, p. 491).....	19
Figura 24: Fluxo do algoritmo K-means	19
Figura 25: Agrupamento de pontos por K-means, com K assumindo diferentes valores.....	20
Figura 26: A empresa Trimble, provando novas tecnologias (Microsoft partner Trimble, 2017)	21
Figura 27: Quarryman® Pro System (Renishaw, 2014)	21
Figura 28: Exemplo de saída do software Blast Metrix 3D	22
Figura 29: Drone (UAV)	22

Figura 30: Estação total	22
Figura 31: Formato dos dados que saem do laser 3D da Pulsar	23
Figura 32: Representação da toma de pontos pelo laser	23
Figura 33: Representação sistema de coordenadas esféricas	24
Figura 34: Transformação de dados feita pelo software O-Pitblast®	24
Figura 35: Pedreira da Madalena, Vila Nova de Gaia	25
Figura 36: Francisco Sena Leite em foto tirada na Mauritània	26
Figura 37: Toma de dados no campo	26
Figura 38: Conjunto de pontos tomados pelo laser	27
Figura 39: Regressão por mínimos quadrados e mínimos resíduos	27
Figura 40: Projeção dos pontos no plano encontrado	28
Figura 41: Pontos projetados	28
Figura 42: Procedimento para encontrar nova base	29
Figura 43: Pontos originais e no novo sistema de coordenadas	29
Figura 44: Triangulação sobre pontos projetados	30
Figura 45: Triangulação sobre os pontos originais	30
Figura 46: Aplicação do algoritmo "Divider and conquer"	31
Figura 47: Isolinhas de cotas do terreno final	32
Figura 48: Triangulação final	33
Tabela 1: Quantidade de pontos x tempo de processamento em cada método	6
Tabela 2: Quantidade de pontos x Combinações possíveis	9

1

INTRODUÇÃO

Sem dúvidas, uma das mais difíceis tarefas para um engenheiro de minas é adequar a carga de seu desmonte à geometria do mesmo (Miranda, Couceiro, & Blazquez, 2015, pág. 854), pois, como podemos bem intuir com a ajuda da Figura 1, os riscos decorrentes da má distribuição dos furos com respeito à cara livre podem alterar a produção, uma vez que a variação do afastamento atinge diretamente o índice de uniformidade e esse por sua vez ao tamanho característico da partícula (Hustrulid, 1999, pág. 111) como também a segurança uma vez que um afastamento crítico não planejado pode gerar ultra lançamentos ou “fly-rocks” (Miranda, Leite, Jesus, & Sobral, A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces, 2017, pág. 10) .

É de notório saber no mundo dos explosivos e desmontes de rochas que quando um desmonte é requerido a velocidade de execução é essencial para o sucesso do projeto, e o uso da melhor tecnologia disponível é um ponto crucial para atingir os objetivos demandados, como afirma Platt, gerente da Wampum Hardware (<http://wampumhardware.com/>) no seu ilustrado artigo publicado pelo ISEE em 2016 (Profile, Profile, Profile).

Não nos causa surpresa a afirmação do último parágrafo pois muito antes de 2016 o consagrado Carlos López Jimeno no prólogo do seu “*Manual de Aplicaciones Informáticas en Minería*” (Madrid, 2000) escreve:

“...de las diferentes revoluciones que há sufrido la minería en el presente siglo (implantación de máquinas más potentes, desarrollo de la economía en escala etc.), una de las más importantes y de mayor trascendencia há sido, sin lugar a dudas, la transformación, a primeros de los años ochenta, llevada a cabo como consecuencia del desarrollo de los programas informáticos mineros con la llegada de los ordenadores personales...”.

(Jimeno, Revuelta, Sánchez-Porro, & Bermúdez, 2000)

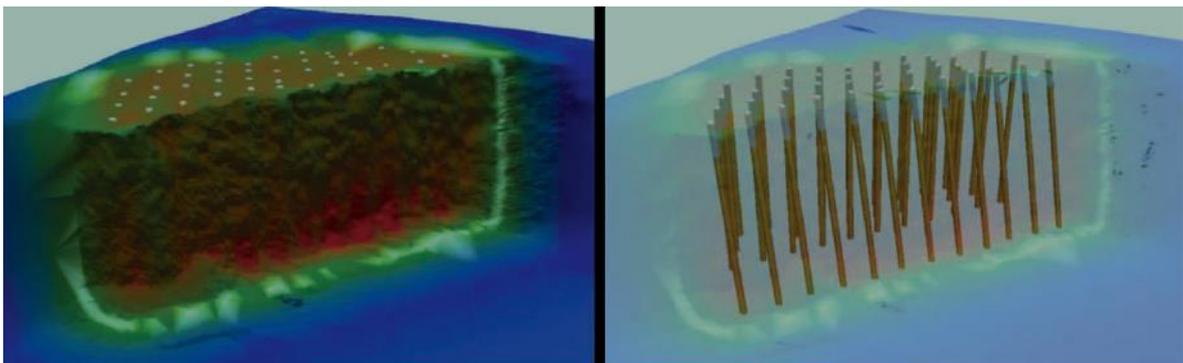


Figura 1: Risco de formação de matacos (Miranda, Couceiro, & Blazquez, Rioblast: Software de diseño y simulación de voladuras en entorno 3D, 2015)

Os argumentos expostos evidenciam a importância da tecnologia e consequentemente modelização dos problemas enfrentados no dia a dia (entre eles a modelização do terreno / frente livre), e esse assunto tem se discutido cada vez mais e não raramente podemos encontrar tópicos sobre isso em revistas especializadas. A referente revista *International Mining* trás na sua edição de outubro de 2016 matéria sobre a importância do uso dos drones na mineração (e entre suas aplicações a análise de desmonte, p. 68), já a edição de dezembro nos apresentava toda uma

matéria (Simulators and Training) destinada aos simuladores e treinamento (sendo a modelização um ator principal para o desenvolvimento dos simuladores¹). A matéria cita a importância dos simuladores:

- Incremento da produção;
- Melhoria da segurança;
- Redução dos custos de manutenção;
- Disponibilidade da frota;
- Alcance das metas definidas;
- Melhoria da retenção de pessoal;
- Melhoria contínua entre outros.
-

E agora em janeiro temos toda uma matéria sobre tecnologia na África do Sul (South African Technology and Services) onde o autor da matéria cita a significativa contribuição da tecnologia para a melhoria da segurança e produtividade.



Figura 2: Capa das edições de outubro/16, dezembro/16 e janeiro/17 da *International Mining*

Embora o cenário nos possa fazer pensar que a tecnologia aplicada (de indiscutível importância dados os argumentos acima) seja amplamente difundida, a verdade é que a produção de simuladores e modeladores é uma tarefa pouco explorada pelos jovens engenheiros de minas. O autor desse trabalho toma a liberdade de fazer essa afirmação forte com a mais humilde das intenções (pois aqui a loucura² não convém) e acredita que a falta de material específico sobre o tema possa ser fator desencorajante dos novos licenciados, e com isso justifica (ou tenta) a produção desse trabalho que tem por objetivo levar ao leitor/avaliador do mesmo a aplicação (ou parte dela) de métodos numéricos e matemáticos a fim de poder modelar um elemento crucial para o desmonte de rochas: a bancada.

Aqui o autor faz especial observação ao fato de que, isoladamente os tópicos necessários para poder modelar um terreno, uma bancada, são amplamente divulgados, mas pouco material se pode encontrar sobre suas aplicações à Engenharia de Minas.

¹ Nota do autor.

² "...dizendo-se sábios, tornaram-se loucos...", Carta de Paulo aos romanos, 1:22

Como parte dessa introdução o autor gostaria de enfatizar algumas das áreas da ciência necessárias na busca da modelização de bancadas e frentes livres (Miranda, Blast Software Development, 2016):

- Programação;
- Econometria;
- Teoria de Grafos;
- Pesquisa Operacional;
- Álgebra Linear;
- Triangulação;

BACKGROUND

Antes de poder seguir com a aplicação direta à modelização da bancada, devemos dar um repasse à matemática, estatística, econometria necessária para a devida compreensão dos temas que vem a seguir. A ideia por trás desse capítulo não é estendesse de maneira cansativa, mas apenas passar uma revisão sobre alguns (ou os mais importantes em acordo com os critérios do autor desse trabalho) algoritmos/modelos/técnicas de maneira a dar ao leitor desse trabalho as ferramentas necessárias para a boa compreensão do mesmo.

2.1. REGRESSÃO LINEAR³

A regressão linear interpretasse como o estudo da dependência de uma variável (variável dependente) com respeito a uma ou mais variáveis (variáveis explicativas) com o objetivo de estimar ou prever a média populacional da primeira em função de valores conhecidos ou fixos das segundas (Gujarati & Porter, 2010, pág. 15). Essa ferramenta é amplamente aplicada aos problemas de Engenharia e como exemplo específico ao desmonte de rochas podemos citar as análises de determinação de lei de atenuação, ilustradas na Figura 3.

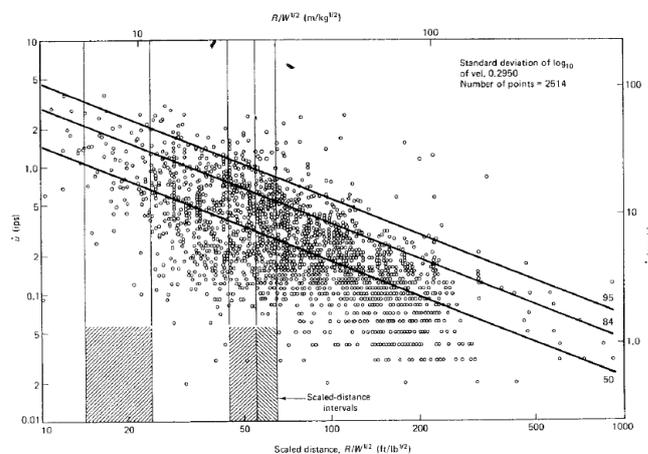


Figura 3: Regressão linear para determinação de lei de atenuação (Dowding, 1985, pág. 31)

2.1.1. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Esse método faz regressão minimizada a soma total do quadrado dos resíduos. Aqui vale a pena destacar que o método não encontra a reta (na realidade o hiperplano, sendo a reta um hiperplano ⁴ de R^2) que melhor aproximasse dos pontos, pois ela não minimiza a distância dos pontos até a reta e sim o quadrado da distância, fator esse que enfatiza de maneira “especial” (aqui as aspas se fazem necessárias) os pontos extremos (*outliers*).

³ Uma abordagem mais interessante (e ainda curta, não cansativa) com alguns dados históricos se encontra em *Validação de modelos lineares: uma análise residual*, 2016.

⁴ Define-se um hiperplano H em R^n como o conjunto de pontos (x_1, x_2, \dots, x_n) que verificam uma equação linear não degenerada $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ (Lipschutz, 1994, pág. 65)

Aqui queremos resolver o problema a Equação 1:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + u_i \quad 1$$

Para isso tomamos a forma matricial:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & \dots & X_{k3} \\ 1 & X_{14} & X_{24} & \dots & X_{k4} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{kn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \dots \\ \beta_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ \dots \\ e_n \end{pmatrix} \quad 2$$

Podemos simplificar essa fórmula:

$$y = Xb + e \quad 3$$

Substituindo e por $y - Xb$, temos e considerando que queremos minimizar a soma do quadrado dos resíduos:

$$\sum_i e_i^2 = \sum_i (e'e)^2 \quad 4$$

Substituindo e por $y - Xb$, temos:

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2X'y + 2X'Xb = 0 \quad 5$$

$$X'Xb = X'y \quad 6$$

$$b = (X'X)^{-1}X'y \quad 7$$

2.1.2. MÉTODO DOS MÍNIMOS RESÍDUOS

A principal premissa desse método é minimizar não o quadrado do erro e sim o valor erro absoluto. Embora o método encareça uma variância maior que o método anterior (que é de máxima verossimilhança, ver Gujarati & Porter, 2015), esse método trás valores mais confiáveis devido ao fato de não se influenciar pelos pontos extremos (*outliers*), conforme defende Miranda *et al* (Miranda, Leite, Jesus, & Sobral, A New Blast Vibration Analysis Methodology, 2017). Esse método é pouco utilizado devido a sua complexidade matemática⁵, mas tem sua solução factível com o advento da programação linear.

Para resolver esse problema, devemos encontrar as variáveis reais⁶ β_0 e β_1 doravante denominadas *variáveis de decisão* e u_i , também real (tendo a condição de não-negatividade) que também é variável de decisão.

Temos que resolver o modelo:

$$\min \sum_i u_i \quad 8$$

S.a.

$$y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i \leq u_i \quad 9$$

$$y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i \geq -u_i \quad 10$$

⁵ (Hamming R. , 1973, pág. 431)

⁶ Aqui fazemos especial destaque ao corpo dos reais, bem definido por *Elon Lages Lima* (2004) na página 61 de seu *Curso de análise*, que terá resolução distinta caso seja tratado como inteiro.

$$u_i \geq 0$$

Aqui temos que fazer algumas considerações. A quantidade de variáveis utilizadas no problema será fundamental para a resolução em tempo aceitável do problema, pois uma grande quantidade de variáveis inviabilizaria a solução do mesmo em tempo útil se fazendo necessário o uso de alguma meta-heurística (Hillier & Lieberman, 2010, pág. 563).

2.1.3. COMPARAÇÃO

Para ter-se uma ideia simulou-se num computador com as características mostradas na Figura 4 problemas bidimensionais.

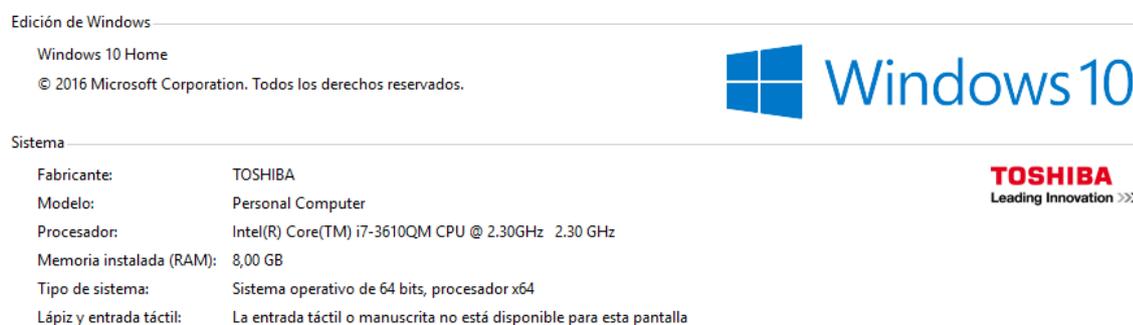


Figura 4: Configuração do computador utilizado na simulação

Para o método dos mínimos resíduos utilizaram-se valores que variavam entre 200 e 2000 pontos. Já para o método dos mínimos quadrados utilizaram-se entre 200 e 100000 pontos segundo a Tabela 1:

	MMQ	MMR
200	-	21 ms
300	-	42 ms
400	-	70 ms
500	-	128 ms
750	-	231 ms
1000	-	431 ms
1500	-	886 ms
2000	-	1557 ms
3000	-	-
4000	1 ms	-
5000	1 ms	-
7500	1 ms	-
10000	1 ms	-
15000	1 ms	-
20000	3 ms	-
50000	5 ms	-
100000	12 ms	-

Tabela 1: Quantidade de pontos x tempo de processamento em cada método

Observasse que com o método dos mínimos resíduos foi possível apenas utilizar no máximo 2000 pontos devidos as restrições de quantidades de variáveis impostas pela livreria utilizada. No exemplo utilizou-se a livreria Solver Foundation, de Microsoft.

O resultado se pode analisar

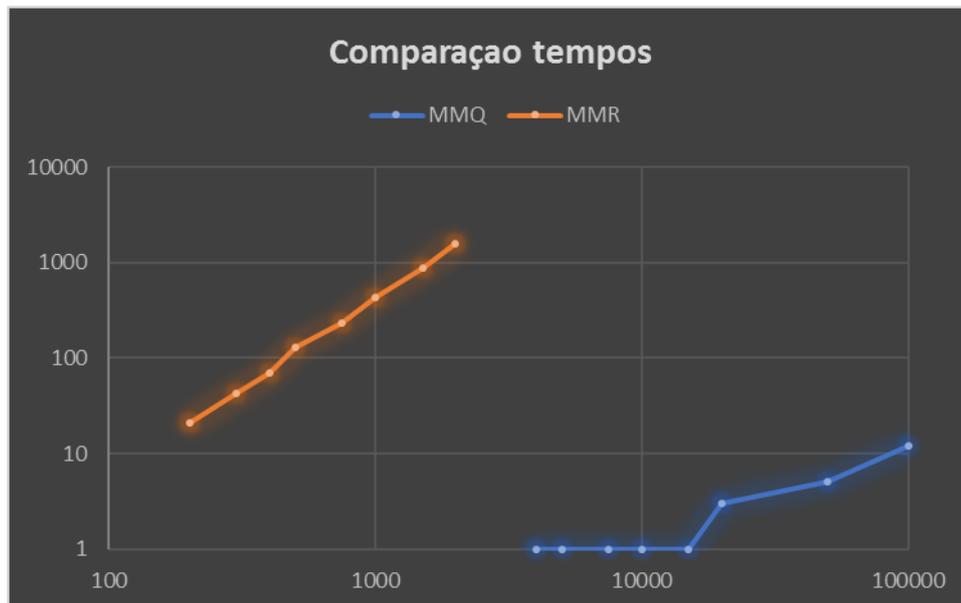


Figura 5: Comparação entre métodos

Como se pode analisar na Figura 5, embora o método de mínimos resíduos não seja afetado pelos pontos atípicos, o tempo de processamento é radicalmente maior nesse método (observar que se os gráficos não estivessem em escala *log-log* não seria possível nem mesmo interpretarmos a informação devida a diferença de ordem de grandeza). Observasse maior velocidade em computar 100 mil pontos com MMQ que 200 pontos com MMR.

Esse gráfico por si já nos permite concluir que para problemas de modelização de terrenos, em especial bancadas, onde podemos ter quantidades superiores as experimentadas de pontos, o método adequado é o dos mínimos quadrados (embora o método dos mínimos resíduos possa ser feito sobre uma amostra).

2.2. CONVEX HULL

A melhor definição direta (e simples) para explicar esse algoritmo, na opinião do autor desse trabalho, é a dada por De Berg *et al* (Computational Geometry - Algorithms and Applications, 2008, pág. 3) :

“... imagine um conjunto de pontos sobre um plano, e ao redor desses pontos você estica um elástico e solta ele permitindo que ele se encaixe sobre os pontos, a área envolvida pelo elástico é o **convex hull**...” (adaptado do primeiro parágrafo).

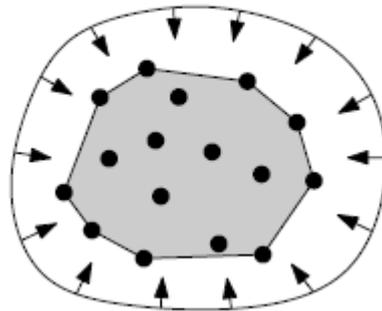


Figura 6: *Convex Hull* (De Berg, Cheong, Kreveld, & Overmars, 2008)

Muitos algoritmos podem ser empregados para obter esse resultado, uns mais robustos que outros, e o próprio capítulo 11 do livro (*Computational Geometry - Algorithms and Applications*) se dedica a esse tema. Vamos abordar aqui a solução apresentada pelo capítulo 1, que apesar de simples (e pouco robusta) é fácil de implementar e entender.

Primeiro ponto é saber se um ponto, digamos P, está ao lado direito, esquerdo ou sobre a reta formada pelos pontos Q e S.

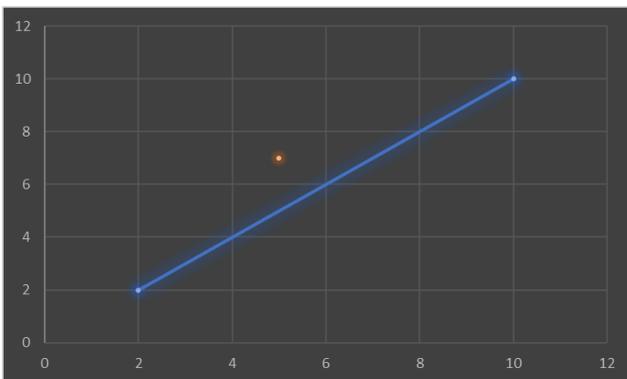


Figura 7: Reta e Ponto

Aqui podemos observar a reta azul formada pelos pontos Q (Q_x, Q_y) e S (S_x, S_y), e o ponto laranja P (P_x, P_y). Para saber se o ponto pertence à reta basta calcular o determinante da matriz:

$$\begin{vmatrix} Q_x & Q_y & 1 \\ S_x & S_y & 1 \\ P_x & P_y & 1 \end{vmatrix} \quad 12$$

Se a solução do determinante for 0, o ponto estará sobre a reta, se for diferente de zero e positivo estará sobre um lado, e se for negativo ao outro lado.

Agora temos que tomar um conjunto de pontos dois a dois, o que nos dá uma quantidade de pontos:

$$C_2^n \quad 13$$

O que é umas das principais razões do algoritmo não ser o mais indicado para grandes operações (aqui lembramos que a combinação 2 a 2 da equação **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** g era uma grande quantidade de possibilidades, como podemos observar na tabla c:

Quantidade de pontos	Combinações possíveis
100	4950
500	124750
1000	499500
5000	12497500
10000	49995000
50000	1249975000
100000	4999950000
300000	44999850000

Tabela 2: Quantidade de pontos x Combinações possíveis

Agora teremos que para cada par de pontos, analisar se todos os outros pontos estão posicionados em apenas um de seus lados, se sim esse par de pontos formará um segmento de reta que pertence ao polígono de *Hull*⁷.

Ilustremos o algoritmo com a nuvem de pontos de uma mina real:

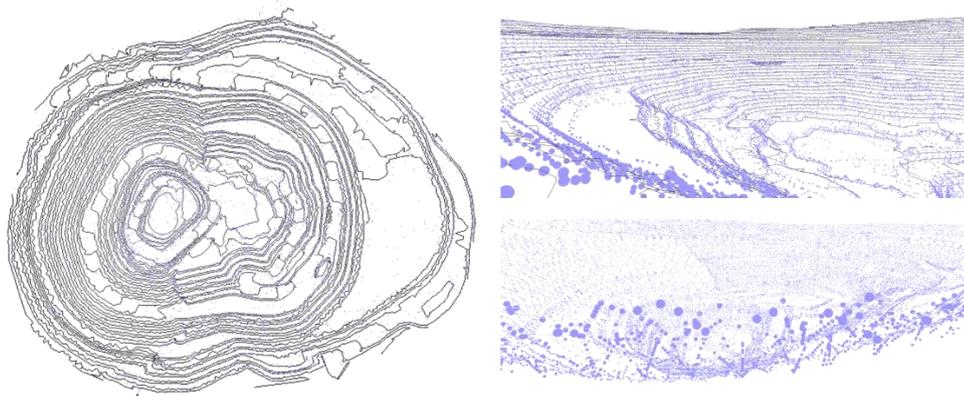


Figura 8: Pontos topográficos de uma mina de cobre

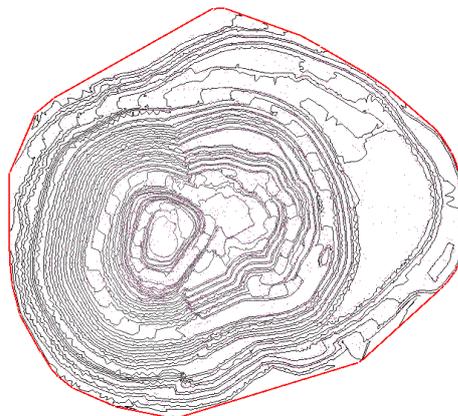


Figura 9: Algoritmo de *Hull*

⁷ Também conhecido como algoritmo *Gift Wrap*.

2.3. PROJEÇÃO DE PONTO EM PLANO

Se faz necessário aqui alguns conhecimentos básicos sobre matrizes, equações de reta e plano. Recomendasse a leitura dos capítulos 14 e 15 de Geometria Analítica: um Tratamento Vetorial (Boulos, 2005) .

Aqui utilizaremos uma formulação direta para o caso tridimensional, mas pode-se ampliar o entendimento para o caso n-dimensional sem maiores complicações⁸.

Partimos do fato de conhecer 3 pontos (A, B e C) do plano e o ponto (P) que desejasse projetar (ver Figura 10).

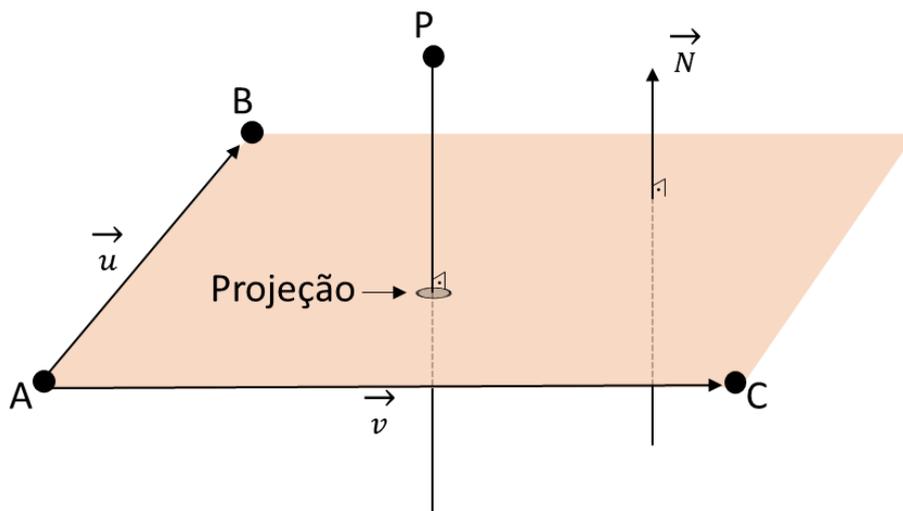


Figura 10:Projeção de ponto em plano

Aqui encontramos os vetores diretores do plano:

$$u = B - A \tag{14}$$

$$v = C - A \tag{15}$$

Sabemos que o produto vetorial entre os dois vetores (assumo aqui a independência linear entre os vetores diretores do plano) é um vetor normal N ao plano.

Encontramos agora as matrizes:

$$X = \begin{bmatrix} N_x & -u_x & -v_x \\ N_y & -u_y & -v_y \\ N_z & -u_z & -v_z \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$Y = \begin{bmatrix} A_x - P_x \\ A_y - P_y \\ A_z - P_z \end{bmatrix} \tag{17}$$

Resolvemos a equação:

$$b = X^{-1} \times Y \tag{18}$$

Então a projeção será:

$$Projeção_p = P + b_{(0)} \times N \tag{19}$$

⁸ (Miranda, Validação de Modelos: Uma Análise Residual., 2016, págs. 33-34)

2.4. MUDANÇA DE BASE

A escolha de uma base conveniente pode nos ajudar a resolver um problema simplificando o mesmo. Um exemplo prático disso se encontra no artigo de diluição apresentado na *Fragblast 11* (Dilution, Ore Grade and Blast Movement Calculation Model, 2015), onde os movimentos internos que seguiam uma equação de membrana não poderiam ser calculados sem a adequada mudança de base.

Também para os cálculos de perfil crítico desenvolvidos dentro de software de simulação de desmonte, como pode ser o *O-Pitblast* (O-Pitblast, 2017), se faz necessária a correta mudança de base para poder efetuar cálculos de maneira mais fácil, como ilustrado na Figura 11.

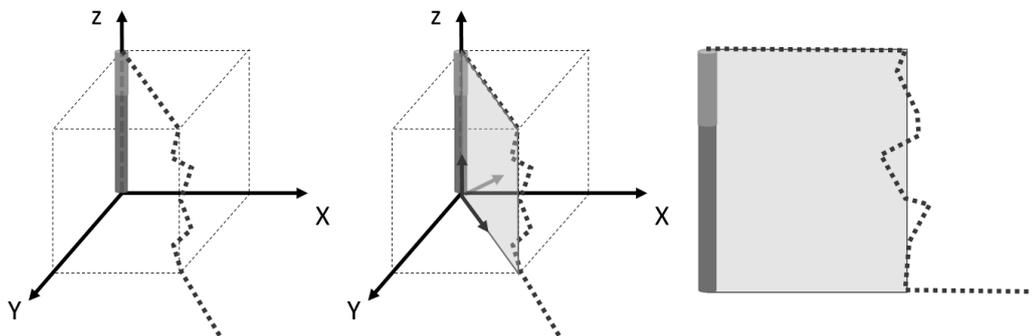


Figura 11: Mudança de base para cálculo de perfil crítico

Para poder fazer a mudança de base, para o caso bidimensional, por exemplo, necessitasse⁹:

- 1) Encontrar os dois vetores (u e v) bidimensionais (que deverão ser normalizados e ortogonais¹⁰).
- 2) A partir das coordenadas dos vetores montar a matriz:

$$\begin{vmatrix} u_x & v_x \\ u_y & v_y \end{vmatrix}$$

- 3) Calcular o inverso dessa matriz.
- 4) Qualquer ponto $P(P_x, P_y)$ terá como coordenadas no novo sistema o produto da matriz resultante da etapa 3 pelo vetor P .

2.5. DIAGRAMA DE VORONOI E TRIANGULAÇÃO DE DEALUNAY

Os diagramas de Voronoi e a triangulação de Delaunay estão correlacionadas (Hjelle & Daehlen, 2006). Se temos um ponto em uma superfície planar, o diagrama de Voronoy desse ponto é definido como o local geométrico dos pontos que estão mais próximos a esse que a qualquer outro ponto (Aurenhammer, Klein, & Lee, 2013). A triangulação de Delaunay é o dual do diagrama de Voronoy¹¹, e pode ser gerada conectando os pontos que compartilhem vértices comuns de Voronoi (entre várias outras maneiras possíveis, ver o capítulo 4 de *Hjelle*).

Aqui é importante citar que a triangulação de Delaunay contem o polygono gerado pelo algoritmo de *Hull*.

⁹ (Boulos, 2005)

¹⁰ Essa premissa se faz necessária para o caso concreto de modelização de frente livre para evitar distorções.

¹¹ (Hjelle & Daehlen, 2006, pág. 54)

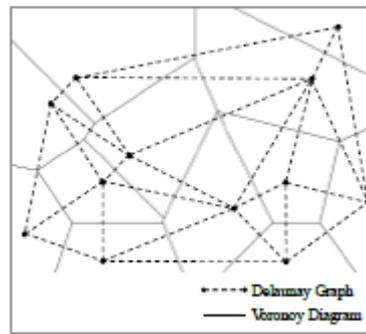


Figura 12: Diagrama de Voronoi e Triangulação de delaunay (A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces, 2017)

Existem muitas maneiras diferentes de calcular as triangulações de Delaunay, aqui construiremos uma “quase triangulação de Delaunay¹²”, pois é de fácil compreensão e seu resultado se aproxima muito ao resultado da triangulação de Delaunay e sua implementação é razoavelmente fácil.

- a) Escolhermos o ponto mais próximo à centroide e conectamos todos os pontos a este.
- b) Ordenamos as duplas de pontos (ponto e centroide) pelo ângulo formado, por exemplo, com o eixo “Y” (respeitando sempre um sentido, que poderá ser horário ou não). Conectamos os pontos nessa ordem (excluindo o ponto da centroide e aceitando os -caso existam- triângulos degenerados).
- c) Adicionamos o polígono resultante de *Hull*.
- d) Aplicamos o LOP¹³: para as arestas que formam uma diagonal pertencente a um quadrilátero, fazemos uma troca de diagonal e decidimos pela que gera um menos ângulo interno entre os dois triângulos resultantes.

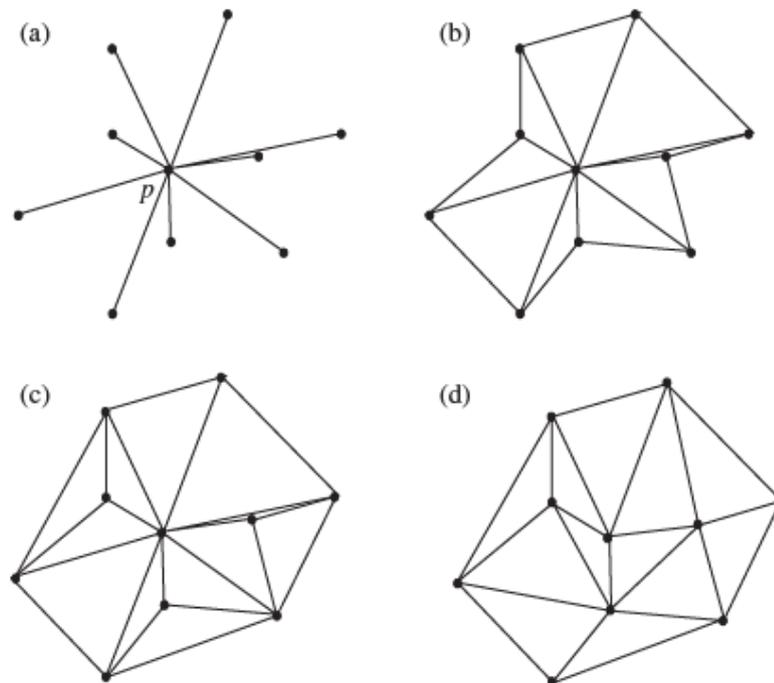


Figura 13: Etapas do algoritmo de triangulação (Hjelle & Daehlen)

¹² (Hjelle & Daehlen, pág. 75)

¹³ *Local Optimization Procedure* (procedimento de otimização local).

2.5.1. DIVIDIR PARA CONQUISTAR

Aqui fazemos uma especial consideração. Embora sua demonstração matemática não seja simples e sua implementação seja complicada¹⁴, a subdivisão do terreno em terrenos menores ajuda o processo e na prática podemos intuir isso (*Wiegand & Valentim*, logo no *abstract* de seu artigo publicado no ISEE 2016 afirmam sem demonstrar que faces quando individualmente analisadas otimizam o projeto do desmonte). Formalmente em seus livros, todos os atuais (ou os mais importantes) autores seguem nessa linha: *Hjelle & Daehlen* p.89, *Aurenhammer et al* p.24 e também referências importantes, mas não tão atuais (*Lee & Schachter*, 1980).

A Figura 14 mostra o tempo gasto para triangular diferentes quantidades pontos (utilizando o mesmo computador da Figura 4):

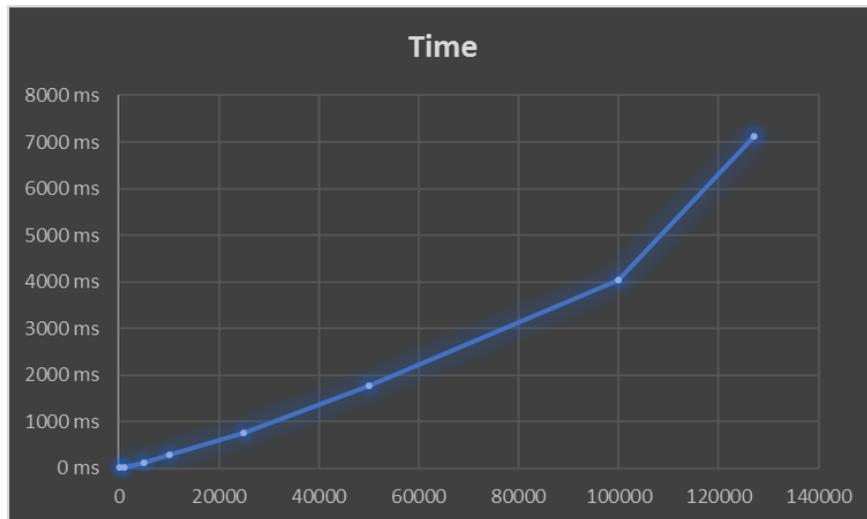


Figura 14: Tempo gasto para triangular

Observasse que para triangular 127000 pontos (que é a malha da Figura 8) a máquina levou aproximadamente 7 segundos.

O próximo passo é estudar o comportamento com subdivisões: colocaremos restrições na máquina para que ela não triângule mais que uma determinada quantidade de pontos, sendo assim, para um limite máximo de 50 mil pontos com o exemplo em questão teríamos a máquina subdividindo os 127000 pontos em duas malhas distintas, e logo redividindo até que os subconjuntos de malhas não passem de 50 mil, por exemplo. Ilustramos a aproximação (na prática, veremos que as subdivisões não são iguais):

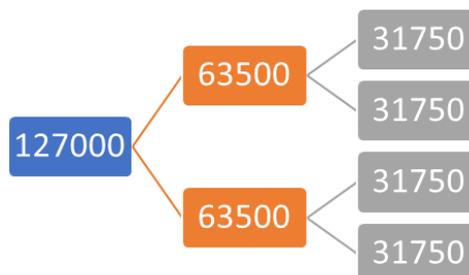


Figura 15: Subdivisões para uma máxima triangulação de 50 mil pontos

¹⁴ (*Hjelle & Daehlen*, 2006, pág. 89)

Aqui teremos que levar em conta que o algoritmo necessitará triangular malhas separadas e em seguidas “costurar” as malhas (o que adiciona um custo extra de programação da ordem de $N \log N$, que compensa o custo da triangulação de Delaunay que pode chegar ao custo de N^2 , e aqui recomendo a leitura de *Lee & Schachter*, 1980). Analisamos os resultados das triangulações experimentais:

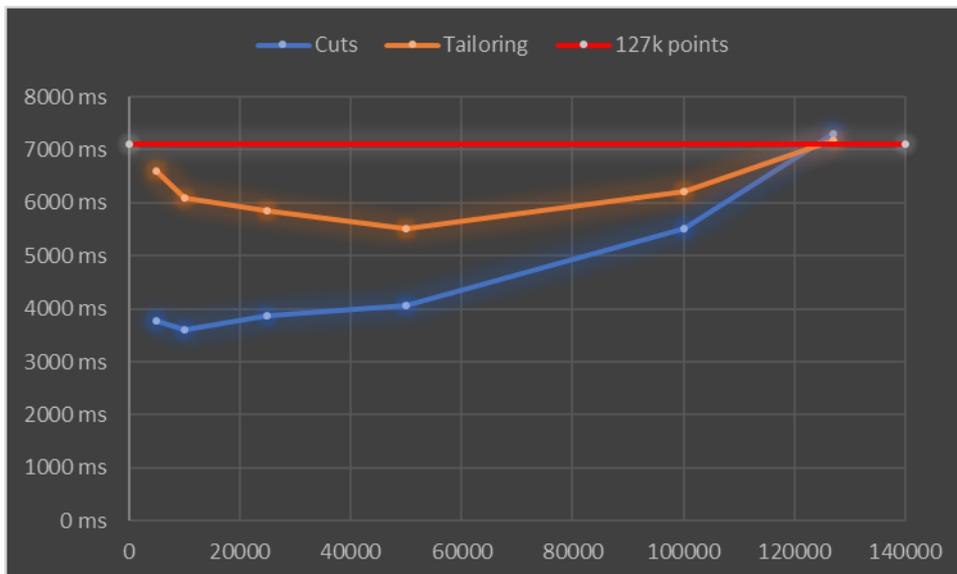


Figura 16: Comparação de triangulação de 127 mil pontos subdividindo malha sem "costurar" e "costurando"

Aqui podemos ver, por exemplo, que a subdivisão em partes de 5000 pontos tarda menos de 4 segundos em processar, mas claro, quando adicionamos o tempo do algoritmo de costura (exemplificado mais abaixo) temos pouco mais de 6 segundo e meio, e a situação tem melhor comportamento com subdivisões de 50 mil pontos, onde a máquina teve que fazer aproximadamente (ver Figura 15) 4 triangulações de 37500 pontos e aplicar 3 vezes o algoritmo de costura.

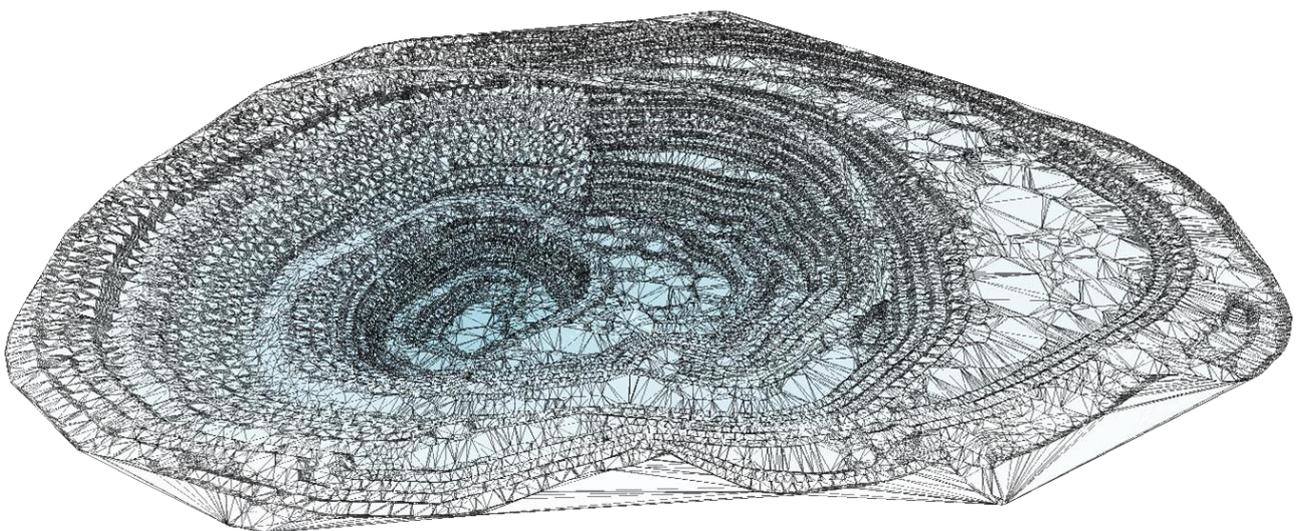


Figura 17: Triangulação completa dos 127 mil pontos, sem subdivisões

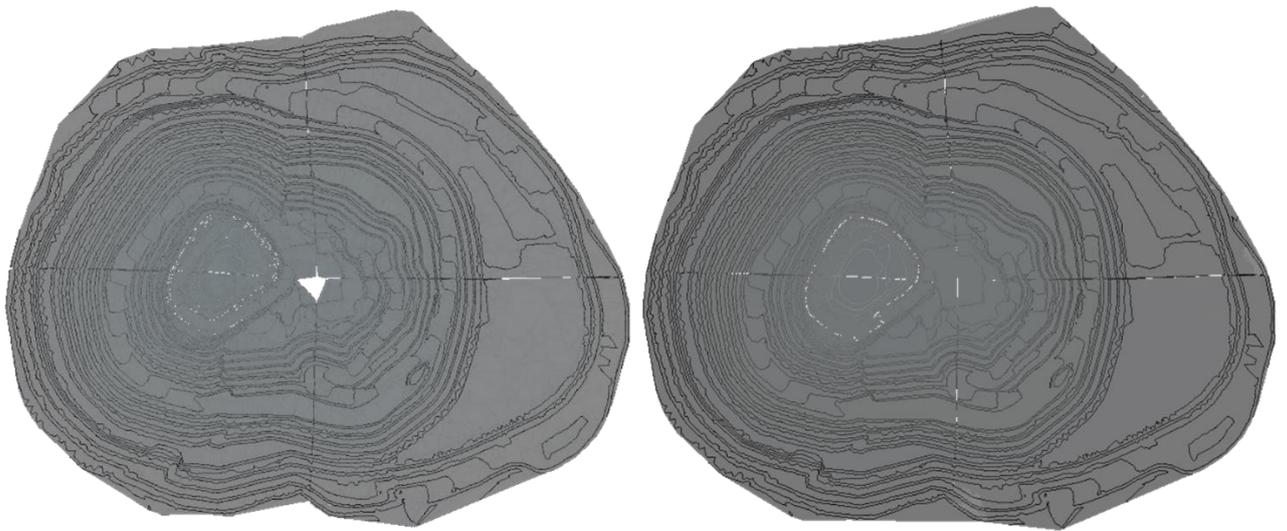


Figura 18: Triangulação com subdivisões de no máximo 50 mil pontos com o terreno a) Sem costura e b) com costura

Como já comentado, o algoritmo de costura é confortavelmente o mais difícil de implementar, sendo essa a razão que o autor desse trabalho desenvolveu um algoritmo alternativo, que suaviza o efeito das cicatrizes, mas não as elimina totalmente (fato esse compensado pela facilidade de implementação).

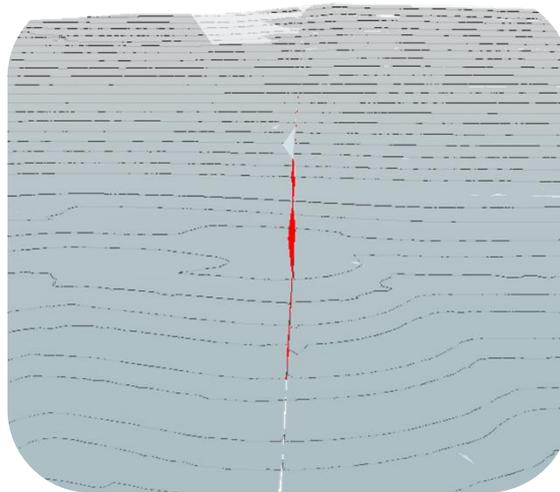


Figura 19: O detalhe em vermelho exemplifica a cicatriz suavizada

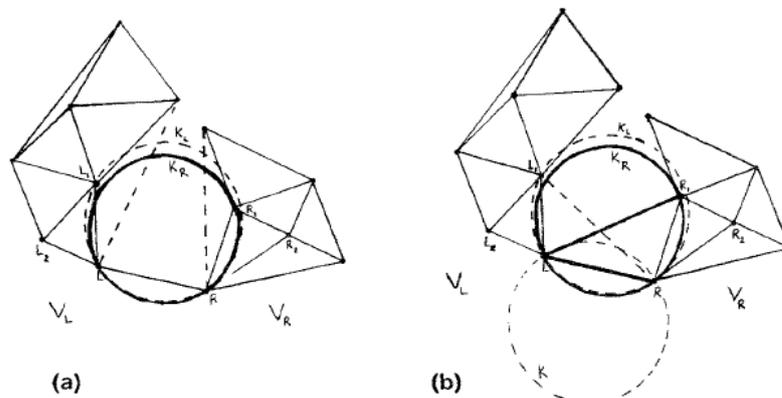


Figura 20: Detalhes do complicado algoritmo "Divide and Conquer" (Hjelle & Daehlen)

A opção menos eficaz, mas de fácil implementação segue conforme o diagrama abaixo:

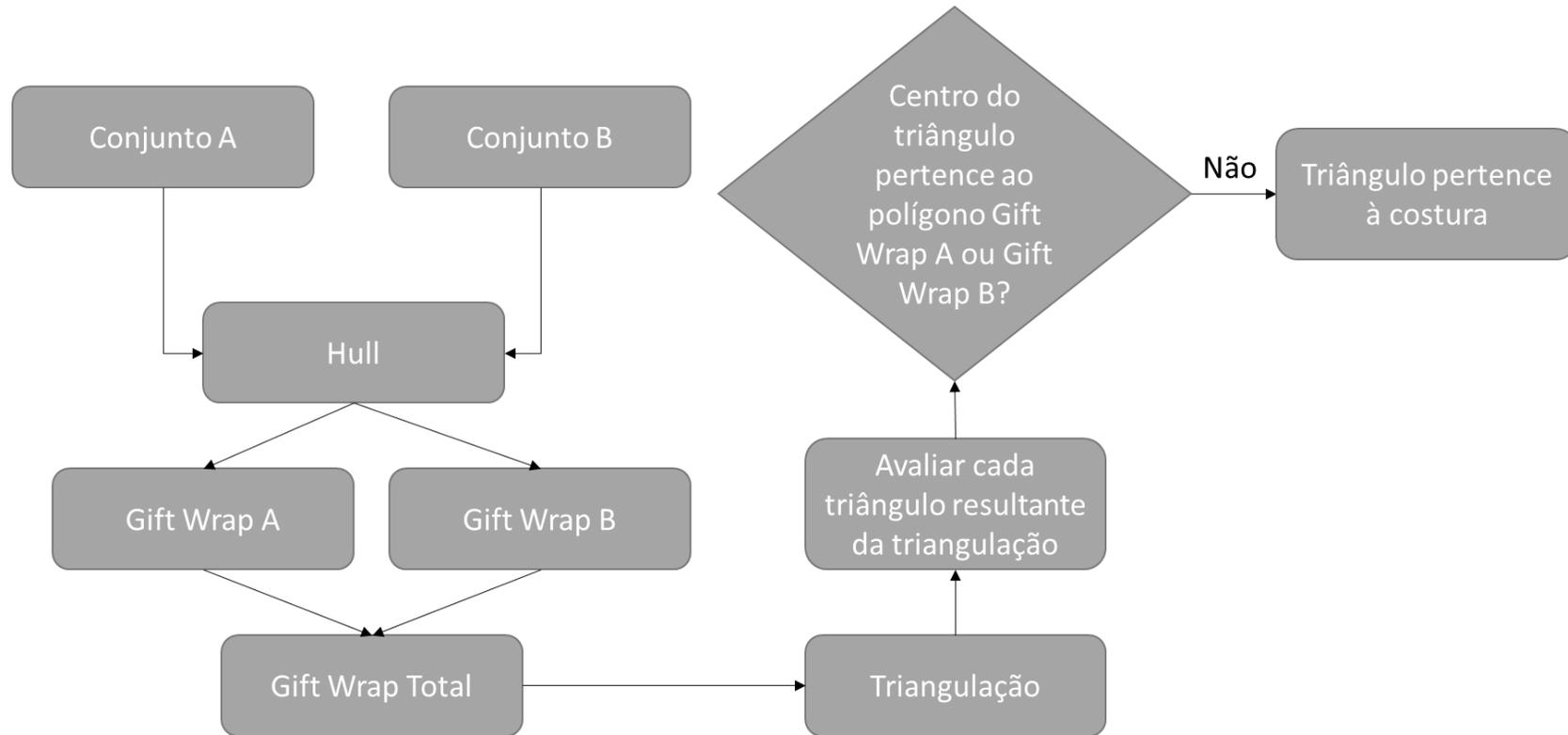


Figura 21: Fluxo do algoritmo de costura

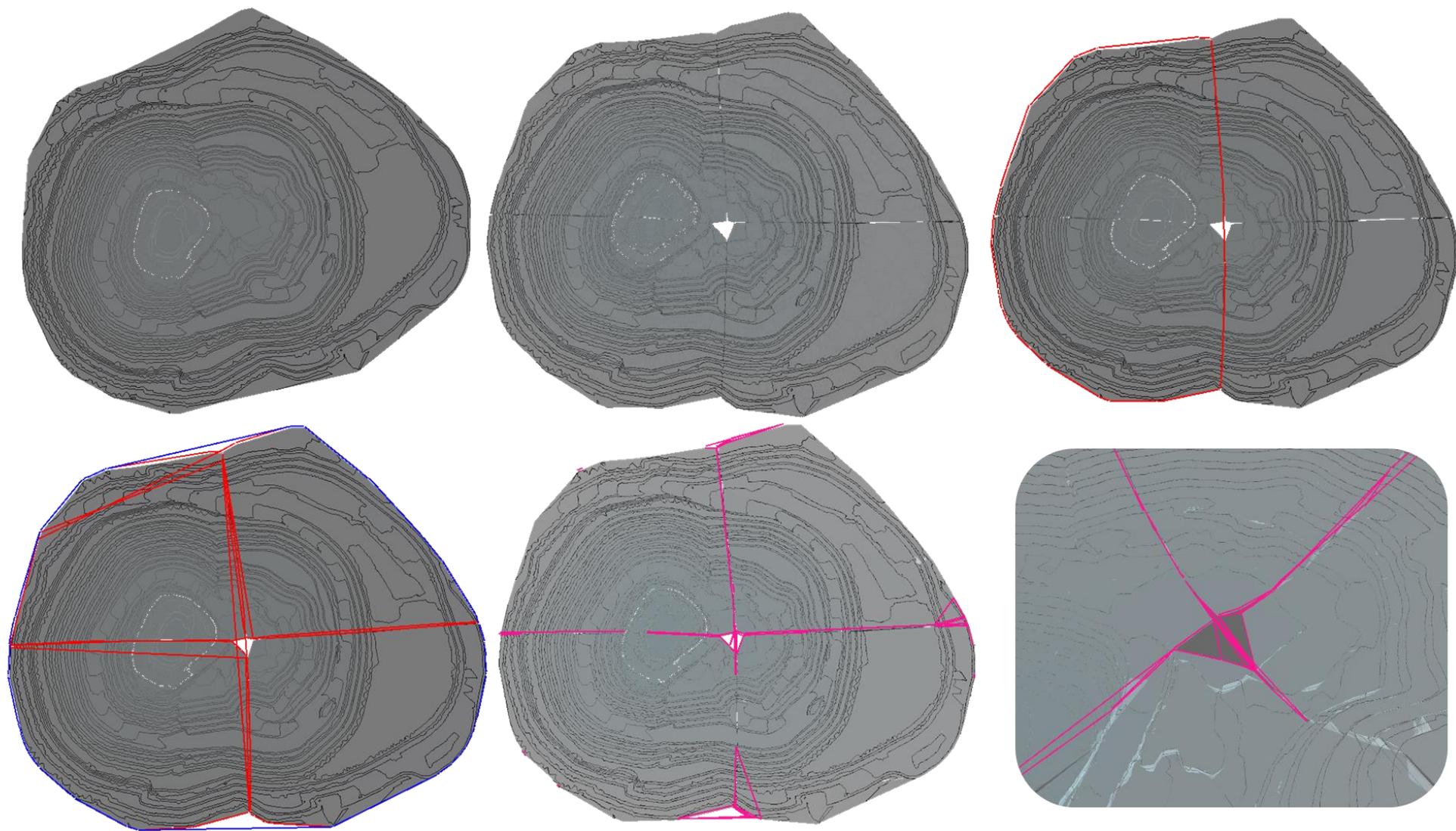


Figura 22: Etapas do algoritmo para costurar as subdivisões

2.6. K-MEANS

A classificação é, nas palavras de Elizabeth Reis (Estatística Multivariada Aplicada, 2001) uma atividade conceptual básica dos seres humanos. Basicamente, tentamos agrupar objetos por alguma característica semelhante ou comum. O conceito pode gerar alguma confusão, como podemos mostrar na Figura 23:

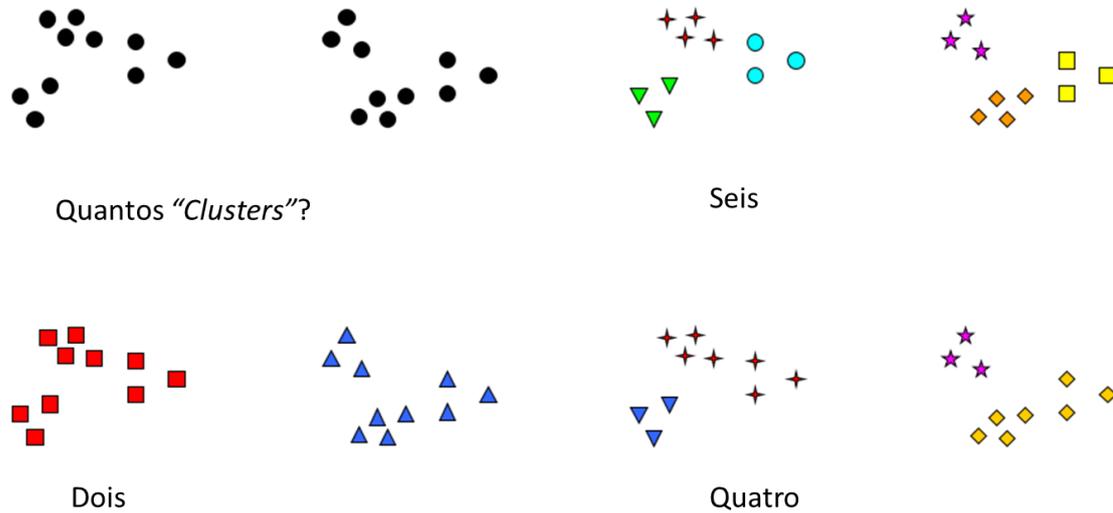


Figura 23: diferentes maneiras de aplicar análise de clusters ao mesmo conjunto de pontos (adaptação de Pang-Ning et al, p. 491)

Existem alguns algoritmos para ajudar com a solução do problema acima, vamos nos focar no *K-means* e recomendar *Introduction to Data Mining* (2005), capítulo 8 para o caso de o leitor desse trabalho querer aprofundar mais no tema. Escolhemos *K-means* pelo fato de ser o mais popular algoritmo de *clusters* (Batra, 2011).

No *K-means* cada *cluster* é associado a uma *centroide*, e temos *K* *centroides* que o utilizador do algoritmo pode determinar. O algoritmo é muito simples¹⁵ e podemos avaliar-lho na seguinte figura:

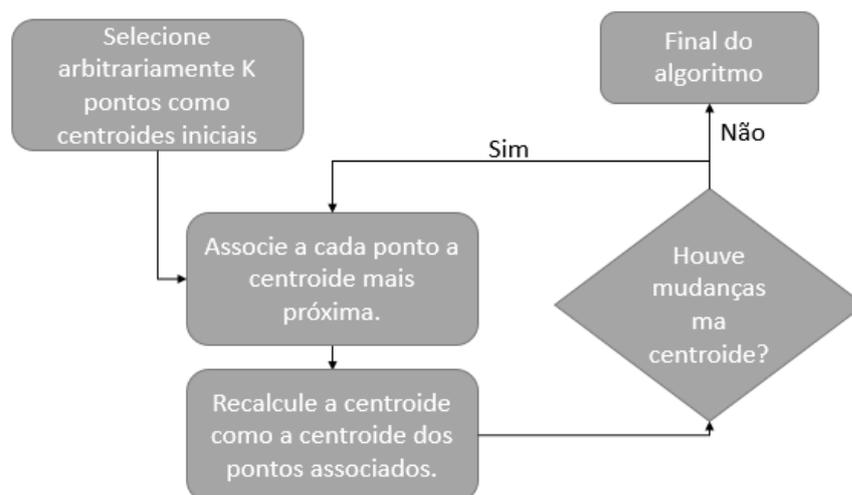


Figura 24: Fluxo do algoritmo *K-means*

¹⁵ (Tan, Steinbach, & Kumar, 2005, pág. 491)

Para ilustrar, vamos dividir nosso terreno em clusters e avaliar visualmente o resultado.

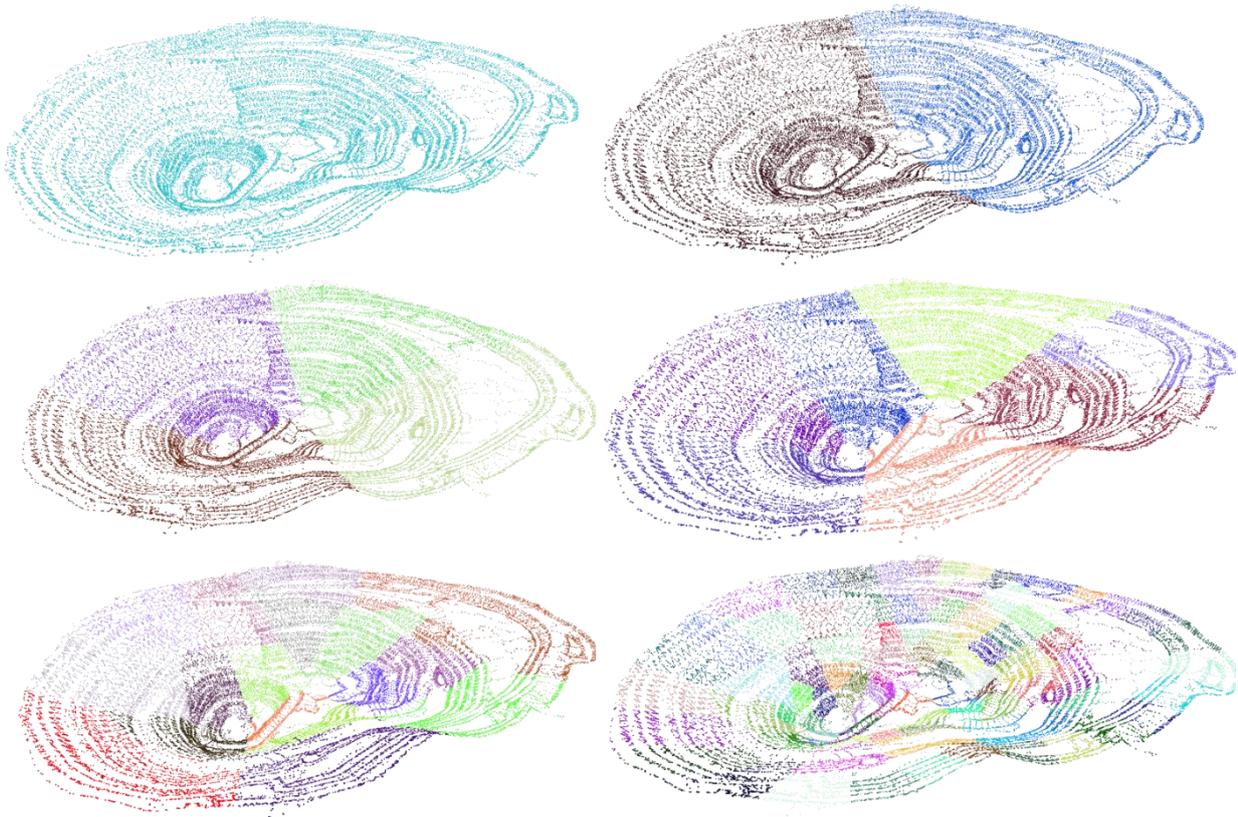


Figura 25: Agrupamento de pontos por K-means, com K assumindo diferentes valores

3

ORIGEM DOS DADOS

Os dados topográficos que alimentam um modelo de frente livre de bancada podem ter origens diversas, e o avanço da tecnologia faz com que novas fontes de dados surjam com alguma frequência.

Listamos abaixo algumas dessas fontes que em acordo com a experiência do autor do trabalho são mais importantes ou tem mais potencial em um futuro próximo.



Figura 26: A empresa Trimble, provando novas tecnologias (Microsoft partner Trimble, 2017)



Figura 27: Quarryman® Pro System (Renishaw, 2014)

3.1. LASER 3D

É indiscutível que esse aparelho ainda é o um dos mais versáteis, em parte pela sua capacidade de mapear pedreiras e minas como um todo e seu uso é chave para a modelização de topografias (Renishaw, 2014) e conseqüentemente para a frente livre de bancada.

Shushil Bhandari ainda destaca seu uso no capítulo que dedica à avaliação de resultados do desmonte (Engineering Rock Blasting Operations, 1997).

Importantes eventos, como o ISEE, destacam em *papers* as aplicações à topografia desse equipamento ao largo de suas edições (já referenciados pelo autor desse trabalho). A precisão desse equipamento com relação ao seu antecessor, o Laser 2D fica evidenciada na busca pelo afastamento crítico recém-publicada também no ISEE (Miranda, Leite, Jesus, & Sobral, A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces, 2017).

3.2. FOTOGRAMETRIA

São sistemas baseados em tecnologia estéreo-fotogrametria e tem a capacidade de ler com muita precisão a informação de bancadas (Platt & Stephens, 2016). Podemos citar aqui, para aplicação em mineração o sistema BlastMetrix 3D, que se apresenta como um inovador sistema para a topografia de frente livre de bancadas (Blast Metrix 3D, 2017)

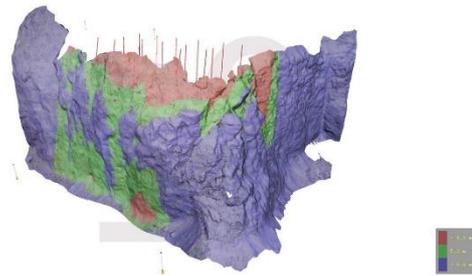


Figura 28: Exemplo de saída do software *Blast Metrix 3D*



Figura 29: Drone (UAV¹⁶)

3.3. DRONES

Embora a tecnologia utilizada seja também baseada em fotogrametria, merece uma atenção especial devido ao seu crescente uso na mineração. Empresas como as portuguesas *Eye 2 Map* (Eye 2 Map, 2017) e a *O-Pitblast* (O-Pitblast, 2017) oferecem o serviço de coleta de dados com os equipamentos e o consequente tratamento de dados. O uso dessa tecnologia é também amplamente explorada pela chilena *Rock Blast* (Rock Blast, 2017).

3.4. TOPOGRAFIA TRADICIONAL

Embora a capacidade de geração de nuvem de pontos seja bastante limitada e possuindo uma maior probabilidade de recorrer em erro humano, a topografia usual, utilizando estações totais e outros, ainda é largamente utilizada, em parte, devido ao seu baixo custo comparado com as outras metodologias de aquisição de pontos.



Figura 30: Estação total

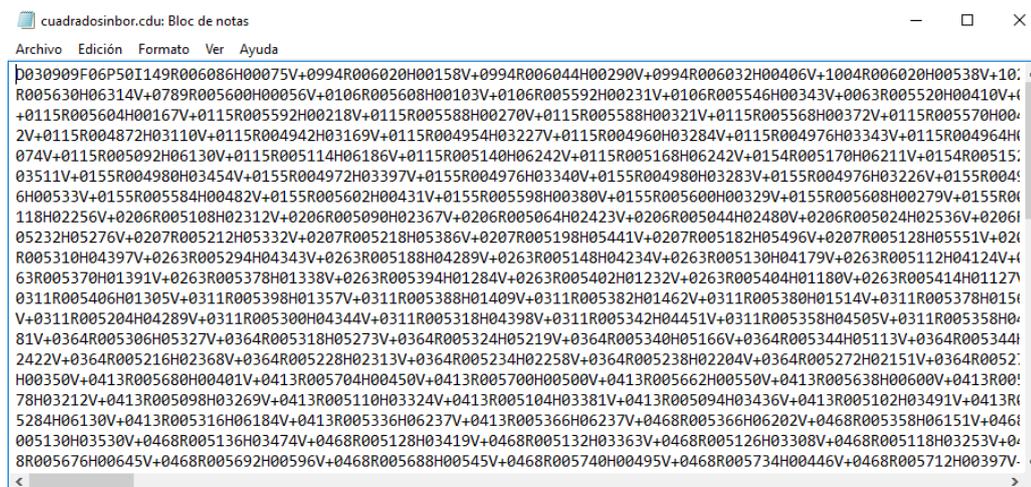
¹⁶ *Unmanned Aerial Vehicle*

4

FORMATO DOS DADOS

Para os exemplos que seguem nesse trabalho, decidimos que utilizar o formato de dados do equipamento fabricado pela empresa *PULSAR MEASURING SYSTEM* (System, 2017), que embora não seja tecnicamente o melhor produto na opinião¹⁷ do autor desse trabalho é o disponível nos laboratórios do departamento de Engenharia de Minas da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Na Figura 31 podemos ver o formato de saída do equipamento:



```

cuadrosinbor.cdu: Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
0030909F06P50I149R006086H00075V+0994R006020H00158V+0994R006044H00290V+0994R006032H00406V+1004R006020H00538V+1004R006030H06314V+0789R005600H00056V+0106R005608H00103V+0106R005592H00231V+0106R005546H00343V+0063R005520H00410V+0115R005604H00167V+0115R005592H00218V+0115R005588H00270V+0115R005588H00321V+0115R005568H00372V+0115R005570H002V+0115R004872H03110V+0115R004942H03169V+0115R004954H03227V+0115R004960H03284V+0115R004976H03343V+0115R004964H074V+0115R005092H06130V+0115R005114H06186V+0115R005140H06242V+0115R005168H06242V+0154R005170H06211V+0154R0051503511V+0155R004980H03454V+0155R004972H03397V+0155R004976H03340V+0155R004980H03283V+0155R004976H03226V+0155R00496H00533V+0155R005584H00482V+0155R005602H00431V+0155R005598H00380V+0155R005600H00329V+0155R005608H00279V+0155R00118H02256V+0206R005108H02312V+0206R005090H02367V+0206R005064H02423V+0206R005044H02480V+0206R005024H02536V+020605232H05276V+0207R005212H05332V+0207R005218H05386V+0207R005198H05441V+0207R005182H05496V+0207R005128H05551V+0207R005310H04397V+0263R005294H04343V+0263R005188H04289V+0263R005148H04234V+0263R005130H04179V+0263R005112H04124V+63R005370H01391V+0263R005378H01338V+0263R005394H01284V+0263R005402H01232V+0263R005404H01180V+0263R005414H011270311R005406H01305V+0311R005398H01357V+0311R005388H01409V+0311R005382H01462V+0311R005380H01514V+0311R005378H0151V+0311R005204H04289V+0311R005300H04344V+0311R005318H04398V+0311R005342H04451V+0311R005358H04505V+0311R005358H081V+0364R005306H05327V+0364R005318H05273V+0364R005324H05219V+0364R005340H05166V+0364R005344H05113V+0364R005344H2422V+0364R005216H02368V+0364R005228H02313V+0364R005234H02258V+0364R005238H02204V+0364R005272H02151V+0364R0052H00350V+0413R005680H00401V+0413R005704H00450V+0413R005700H00500V+0413R005662H00550V+0413R005638H00600V+0413R0078H03212V+0413R005098H03269V+0413R005110H03324V+0413R005104H03381V+0413R005094H03436V+0413R005102H03491V+0413R5284H06130V+0413R005316H06184V+0413R005336H06237V+0413R005366H06237V+0468R005366H06202V+0468R005358H06151V+046005130H03530V+0468R005136H03474V+0468R005128H03419V+0468R005132H03363V+0468R005126H03308V+0468R005118H03253V+048R005676H00645V+0468R005692H00596V+0468R005688H00545V+0468R005740H00495V+0468R005734H00446V+0468R005712H00397V.

```

Figura 31: Formato dos dados que saem do laser 3D da Pulsar

Para poder decifrar esse arquivo é necessário recorrer ao documento fornecido pelo fabricante que anexo a esse trabalho (ANEXO I).

Basicamente o que precisamos extrair desse arquivo são as informações (comumente milhares¹⁸) dos pontos que o equipamento tomou. As informações estão em coordenadas esféricas

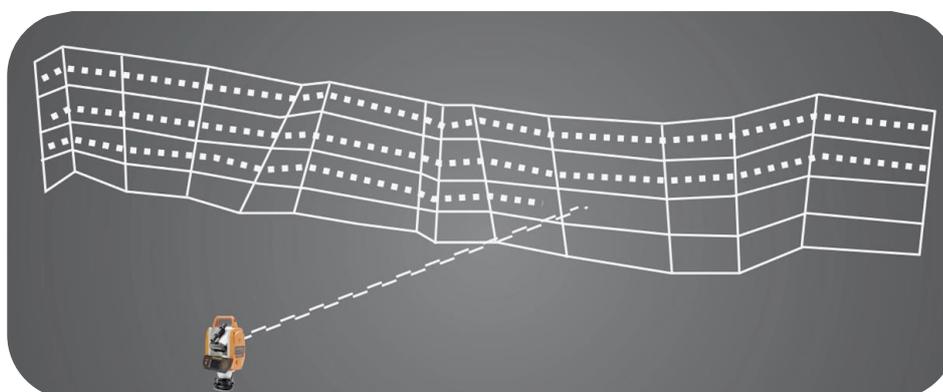


Figura 32: Representação da toma de pontos pelo laser

¹⁷ “...nos precisamos tomar lados. A neutralidade ajuda o opressor, nunca a vitima. O silêncio encoraja o atormentador, nunca o atormentado...” (Wiesel, 1960)

¹⁸ Nota do autor

4.1. TRANSFORMADAS ESFÉRICAS

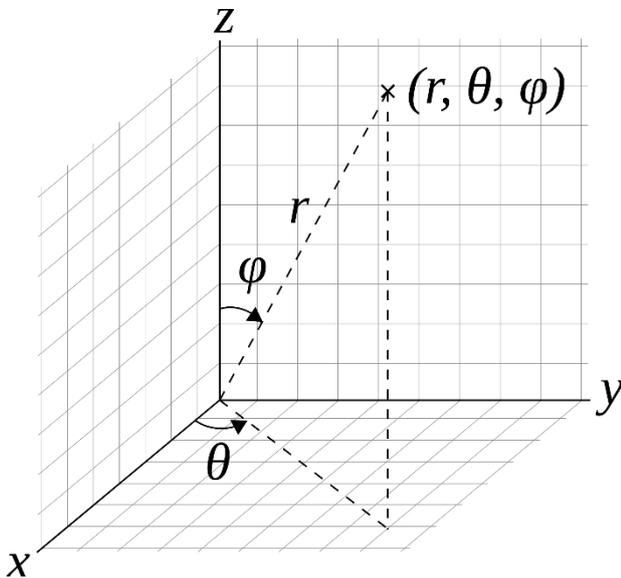


Figura 33: Representação sistema de coordenadas esféricas

As coordenadas dos pontos que extraímos com o laser precisam ser transformados. O sistema toma como origem do sistema a posição em que o laser se encontra (é necessário ter em conta a altura do equipamento). Daí tiramos as fórmulas por trigonometria:

$$Z = r \times \cos(\varphi) \quad 20$$

$$X = r \times \sin(\varphi) \times \cos(\theta) \quad 21$$

$$Y = r \times \sin(\varphi) \times \sin(\theta) \quad 22$$

Alguns exemplos de dados transformados podem ser vistos na tabela que segue:

Radio	Vertical	Horizontal	Signal	X	Y	Z	Type	Code	barLength
279,67	83,59	331,55	4,27	-132,4	244,358	32,873	Scan		0
279,97	83,59	331,62	2,94	-132,243	244,782	32,9070...	Scan		0
280,07	83,59	331,69	2,71	-131,991	245,031	32,918	Scan		0
280,11	83,59	331,75	5,01	-131,753	245,204	32,922	Scan		0
279,58	83,59	331,81	6,07	-131,247	244,877	32,863	Scan		0
279,76	83,59	331,87	6,54	-131,075	245,172	32,883	Scan		0
279,82	83,59	331,93	6,49	-130,846	245,362	32,89	Scan		0
279,89	83,59	331,99	6,4	-130,622	245,56	32,898	Scan		0
280,09	83,59	332,06	6,58	-130,415	245,895	32,92	Scan		0
279,62	83,59	332,14	6,45	-129,853	245,664	32,867	Scan		0
279,93	83,59	332,23	4,52	-129,611	246,141	32,902	Scan		0
314,02	83,59	332,33	5,29	-144,912	276,369	36,708	Scan		0
314,39	83,59	332,44	5,18	-144,552	276,973	36,7489...	Scan		0
314,52	83,59	332,55	5,27	-144,079	277,364	36,7639...	Scan		0
314,2	83,59	332,65	5,63	-143,449	277,333	36,728	Scan		0
314,5	83,59	332,76	5,56	-143,053	277,873	36,762	Scan		0
314,65	83,59	332,87	5,53	-142,587	278,28	36,778	Scan		0

Figura 34: Transformação de dados feita pelo software O-Pitblast®

Aqui se pede especial atenção aos outros dados que aparecem na tabela. O laser é capaz de passar uma informação¹⁹ sobre a qualidade da medição e também que tipo de medição foi feita: Crista, pé, frente livre etc.

¹⁹ Signal

5

MODELIZAÇÃO DO TERRENO

Uma vez que todas as ferramentas necessárias à modelização já foram exploradas, vamos diretamente modelar o terreno.

Para a exemplificação, vamos utilizar os dados gerados pela visita do departamento de Engenharia de Minas da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto à Pedreira da Madalena no dia 25 de janeiro de 2017. O objetivo da visita foi o treinamento do laser 3D entre alguns alunos e professores da instituição.

5.1. LOCALIZAÇÃO

A pedreira selecionada para a visita tem por gerente um dos professores do quadro do departamento de Engenharia de Minas e está localizada a aproximadamente 13 km da Faculdade de Engenharia, fatos esses que facilitaram o acesso e por consequência a escolha desse local para a realização do estudo. Observasse aqui que a pedreira encontrasse desativada, porém com bancadas intactas e assim totalmente adequada para o levantamento/treinamento.

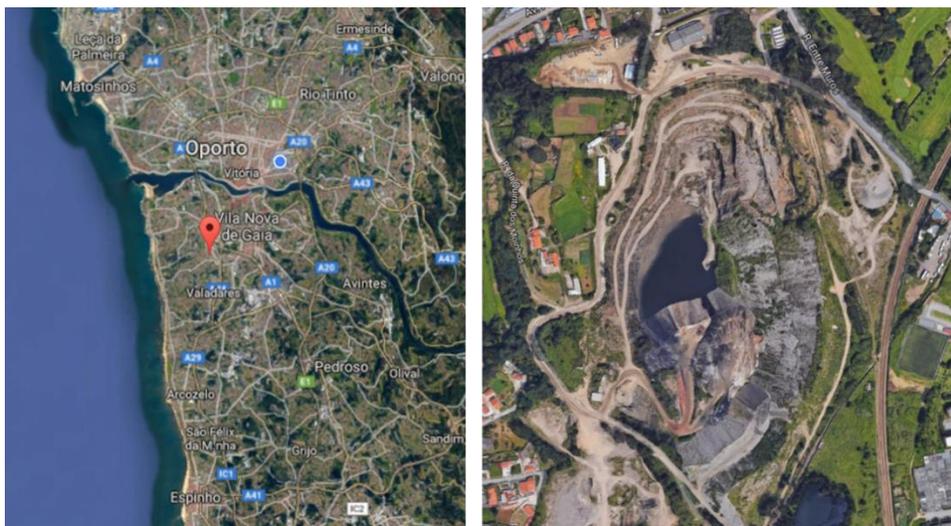


Figura 35: Pedreira da Madalena, Vila Nova de Gaia

5.2. TÉCNICO RESPONSÁVEL



Figura 36: Francisco Sena Leite em foto tirada na Maurîtânia

5.2.1. FRANCISCO SENA LEITE

Atual Gerente de serviços técnicos da O-Pitblast®, Lda é Mestre em Engenharia de Minas e Geo-Ambiente pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, tendo experiência Internacional em Desmonte de rochas e serviços técnicos. Esteve como responsável de estudos de Diluição na importante mina de cobre espanhola *Cobre las Cruces*²⁰ e prestando serviços técnicos em desmontes de rochas pela também espanhola e uma das líderes globais do setor de explosivos *Maxam*²¹ no Brasil e na Maurîtânia, onde chefiou projetos de desmonte de rochas e otimização de custos.

5.3. LEVANTAMENTO DOS DADOS

Como se mencionou anteriormente, é necessário utilizar o laser para escanear o terreno e obter um conjunto de pontos para poder iniciar-se o processo de modelização. O equipamento laser utilizado conta com a funcionalidade (de fato praticamente todos os produtos disponíveis no mercado tem essa função²²) de leitura automática, tendo que o utilizador apenas marcar o polígono que deseja ler e definindo os passos a serem tomados pelo equipamento. Para esse treinamento em questão (salientando aqui que o autor desse trabalho não se encontrava presente no treinamento/levantamento topográfico), dada a natureza pedagógica, não se levantou uma nuvem extensa de pontos (quanto maior a qualidade requeria, maior a nuvem e consequentemente mais demorada a toma de dados) o que poderemos conferir mais adiante.



Figura 37: Toma de dados no campo

²⁰ (Cobre Las Cruces, 2017).

²¹ (Maxam, 2017).

²² Nota do autor.

Podemos observar o resultado dos pontos plotados espacialmente na Figura 38:

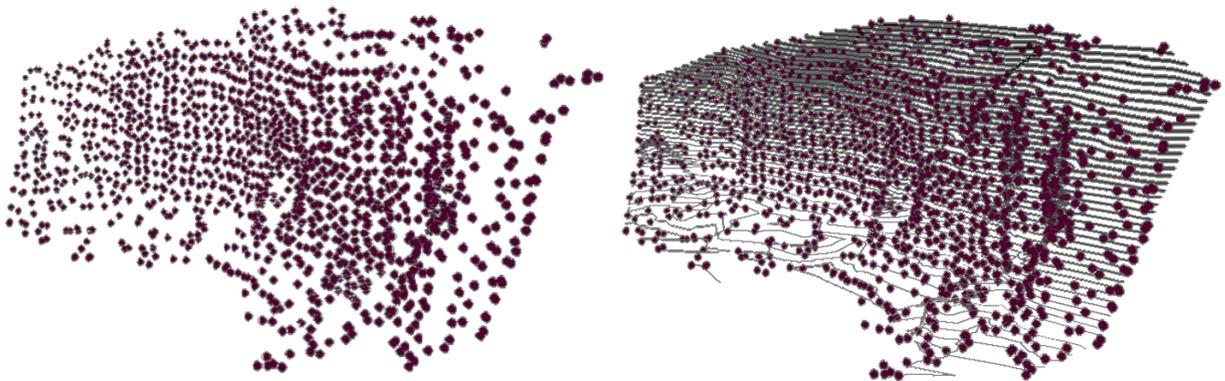


Figura 38: Conjunto de pontos tomados pelo laser

Aqui observamos os pontos e as isolinhas com cotas do terreno (plotadas aqui simplesmente para auxiliar o leitor na visualização da informação espacial).

5.4. PLANO DE REGRESSÃO

O seguinte passo é encontrar o hiperplano (no nosso caso um plano, já que estamos lidando com pontos tridimensionais) e embora já tenha ficado claro que devemos utilizar o método dos mínimos quadrados vamos mostrar aqui o resultado das duas regressões para ver as diferenças entre elas (caso ainda não tenha ficado claro a razão da seleção do método dos mínimos quadrados e exista alguma dúvida sobre qual regressão utilizar, recorremos aqui ao princípio da *Occam*²³).

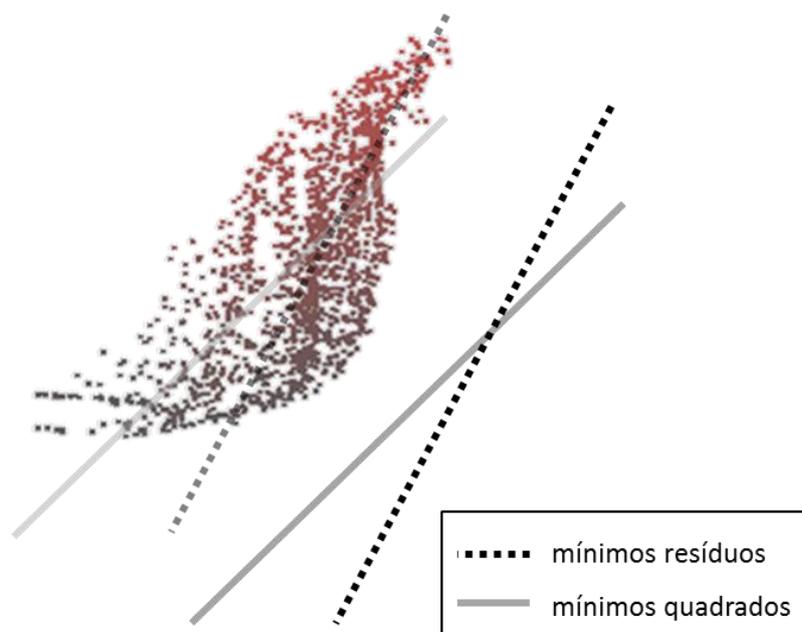


Figura 39: Regressão por mínimos quadrados e mínimos resíduos

²³ Devemos utilizar a solução mais simples até que ela se demonstre inadequada (Newman, 1956, pág. 1247)

5.5. PROJEÇÃO DE PONTOS NO PLANO

O próximo passo é projetar os pontos sobre o plano encontrado.

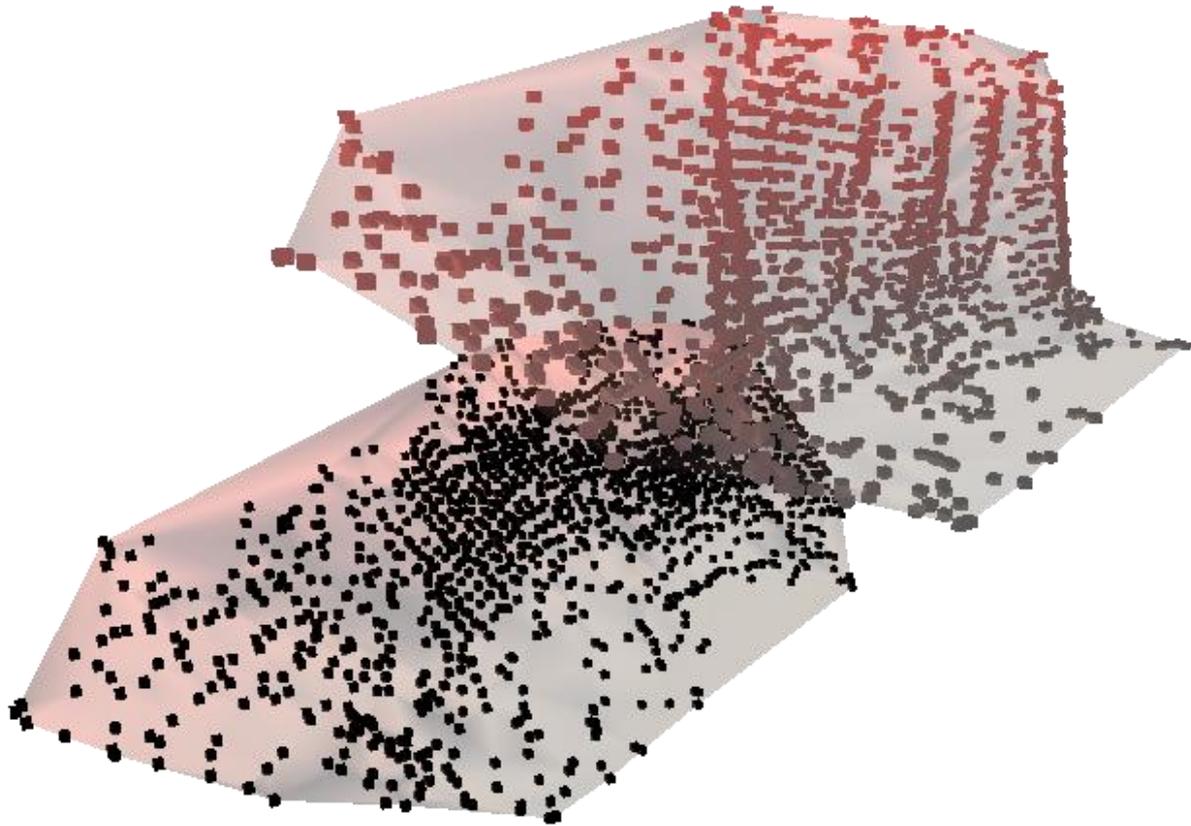


Figura 40: Projeção dos pontos no plano encontrado

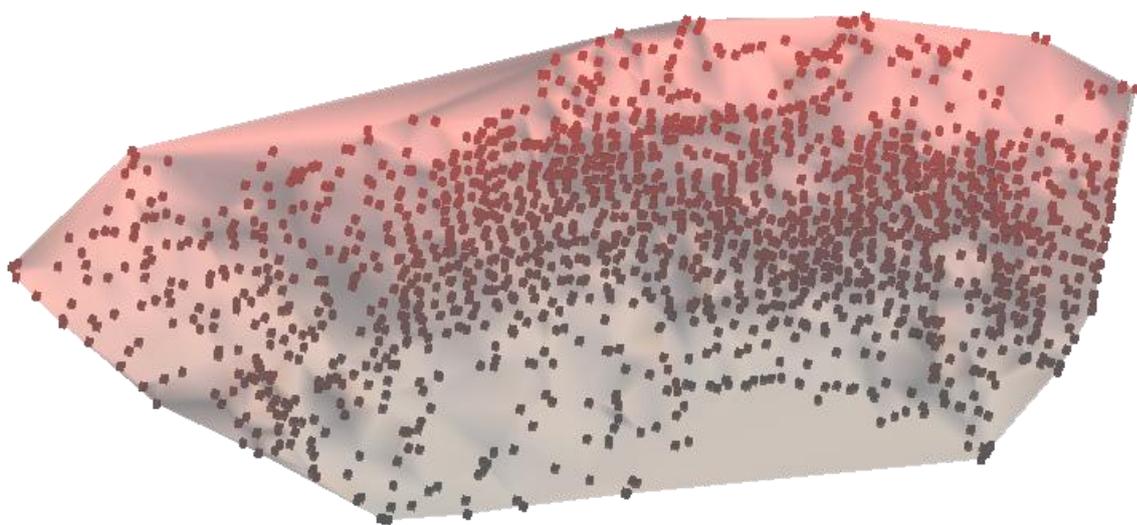


Figura 41: Pontos projetados

5.6. MUDANÇA DE BASE

Aqui é necessário encontrar uma nova base. O procedimento é simples:

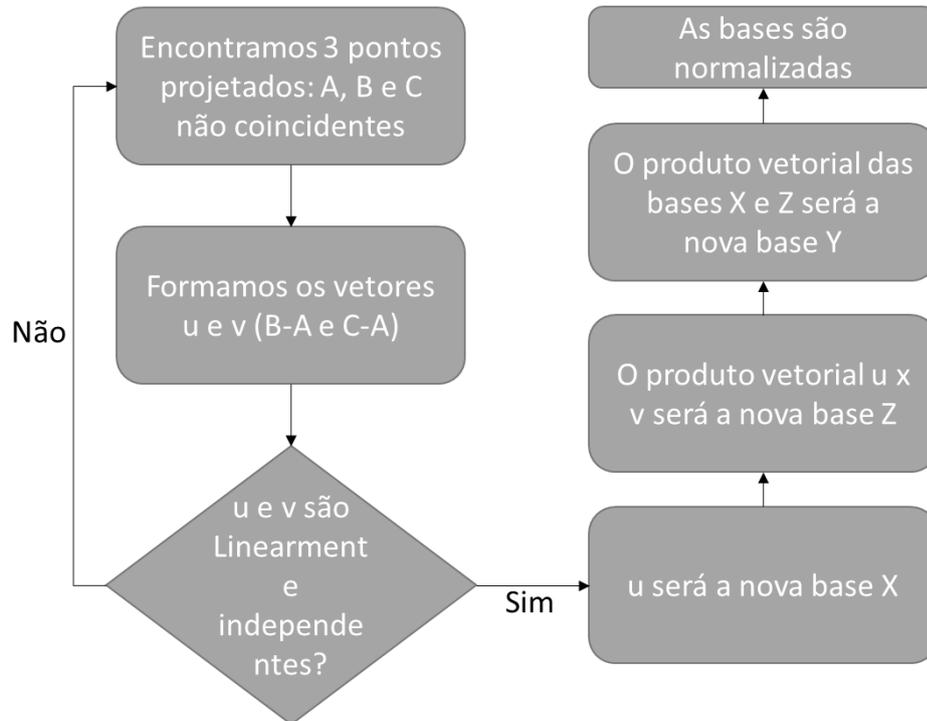


Figura 42: Procedimento para encontrar nova base

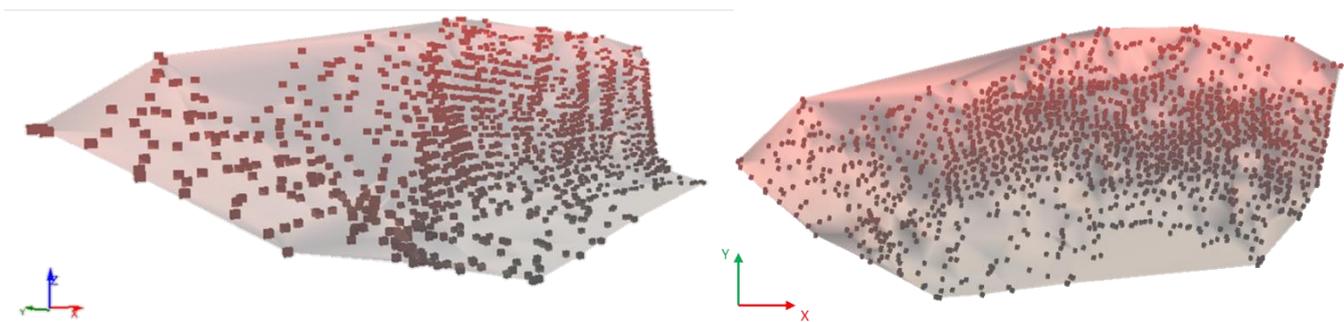


Figura 43: Pontos originais e no novo sistema de coordenadas

Observasse no novo sistema que a componente Z é nula, pois como todos os pontos formam um hiperplano perfeito.

5.7. TRIANGULAÇÃO

Sobre os pontos projetados e já no novo sistema de coordenadas, temos que fazer a triangulação. O resultado é conferido a seguir:

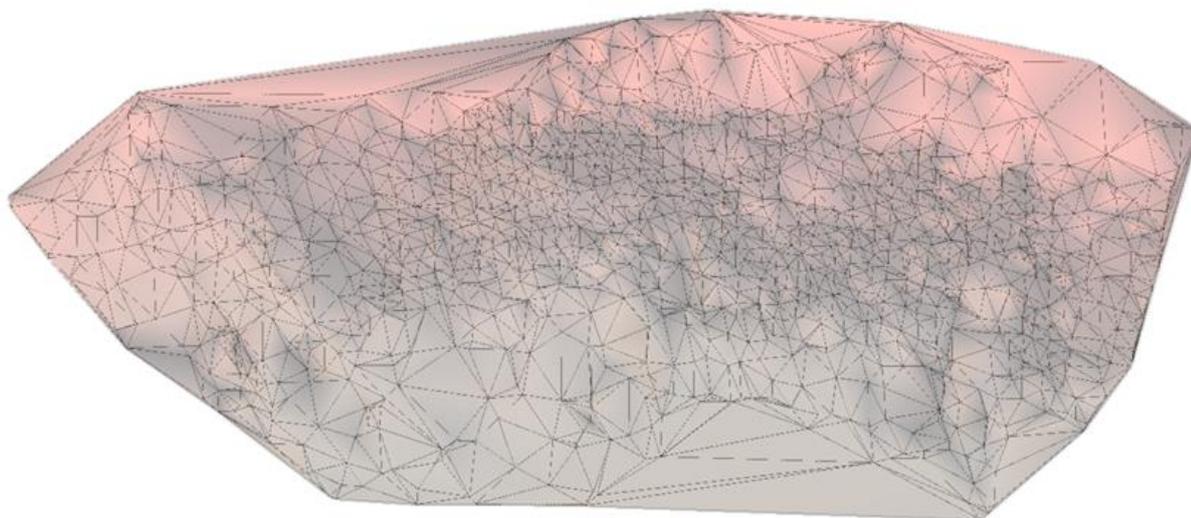


Figura 44: Triangulação sobre pontos projetados

Agora devemos aplicar os mesmos índices de triangulação (i.e. cada 3 pontos projetados que formam um triângulo também formarão um triângulo no sistema original).

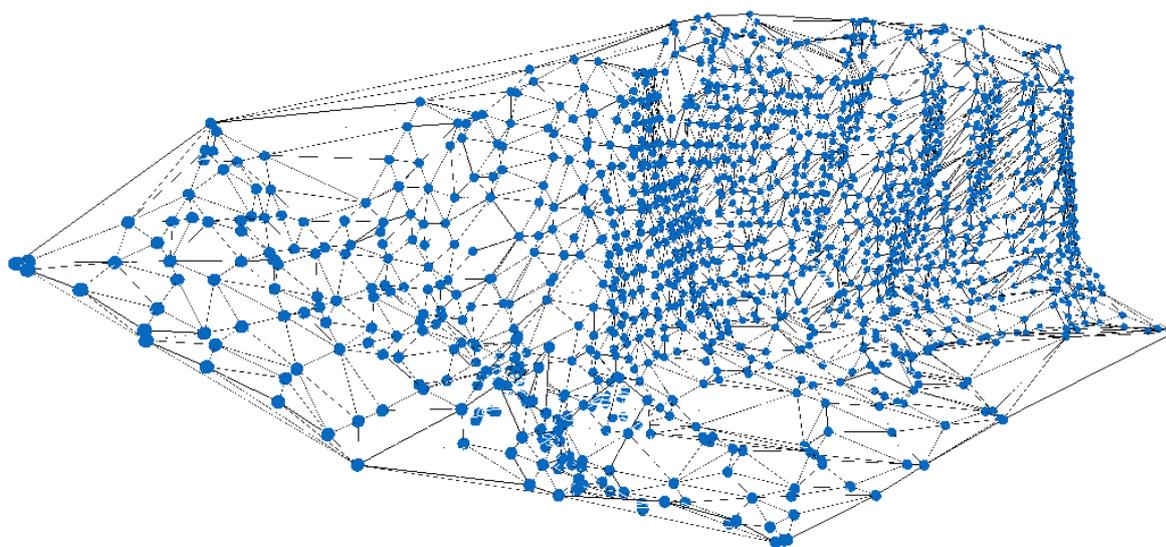


Figura 45: Triangulação sobre os pontos originais

5.8. DIVISÃO DE PONTOS

Aqui podemos observar que não foi feita uma divisão do terreno, pois temos apenas 1585 pontos (longe dos 50 mil que projetamos). Ainda assim vamos fazer subdivisões para que tenhamos no máximo 500 pontos por triangulação apenas para ilustrar a técnica:

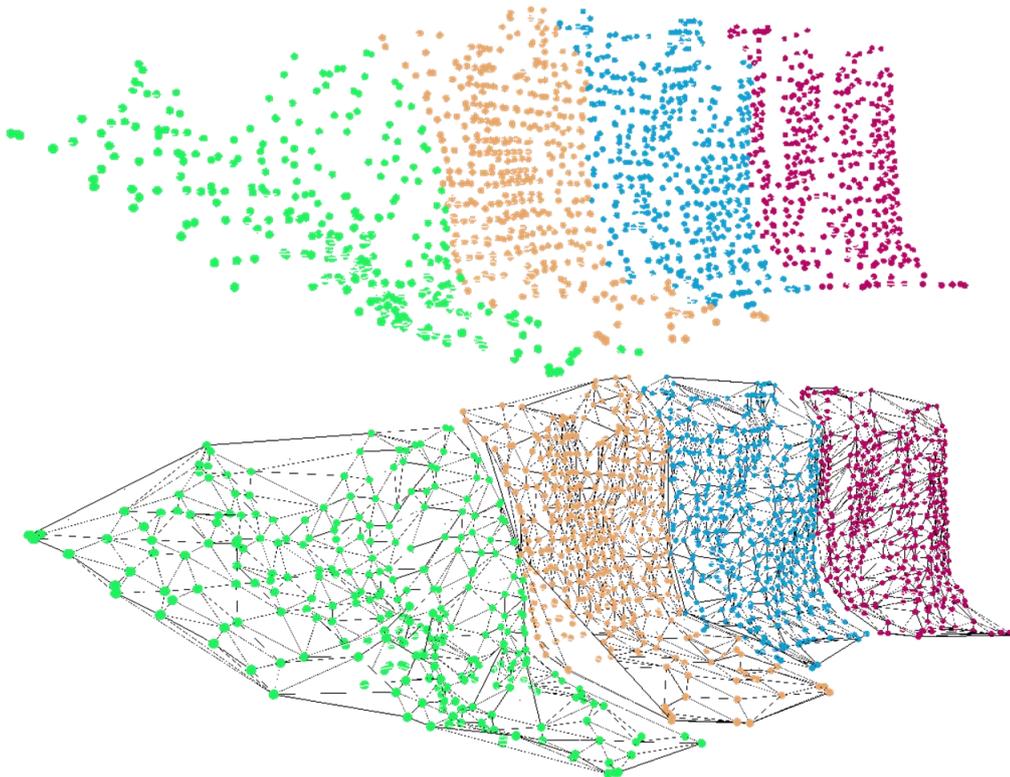


Figura 46: Aplicação do algoritmo "Divide and Conquer"

A baixa quantidade de pontos elimina a necessidade de triangular por partes, e embora a triangulação possa ter mais qualidade (já explicamos isso) esse procedimento exige uma costura que visualmente pode trazer algum efeito devido a (ainda que suavizada) cicatriz.

5.9. RESULTADO FINAL

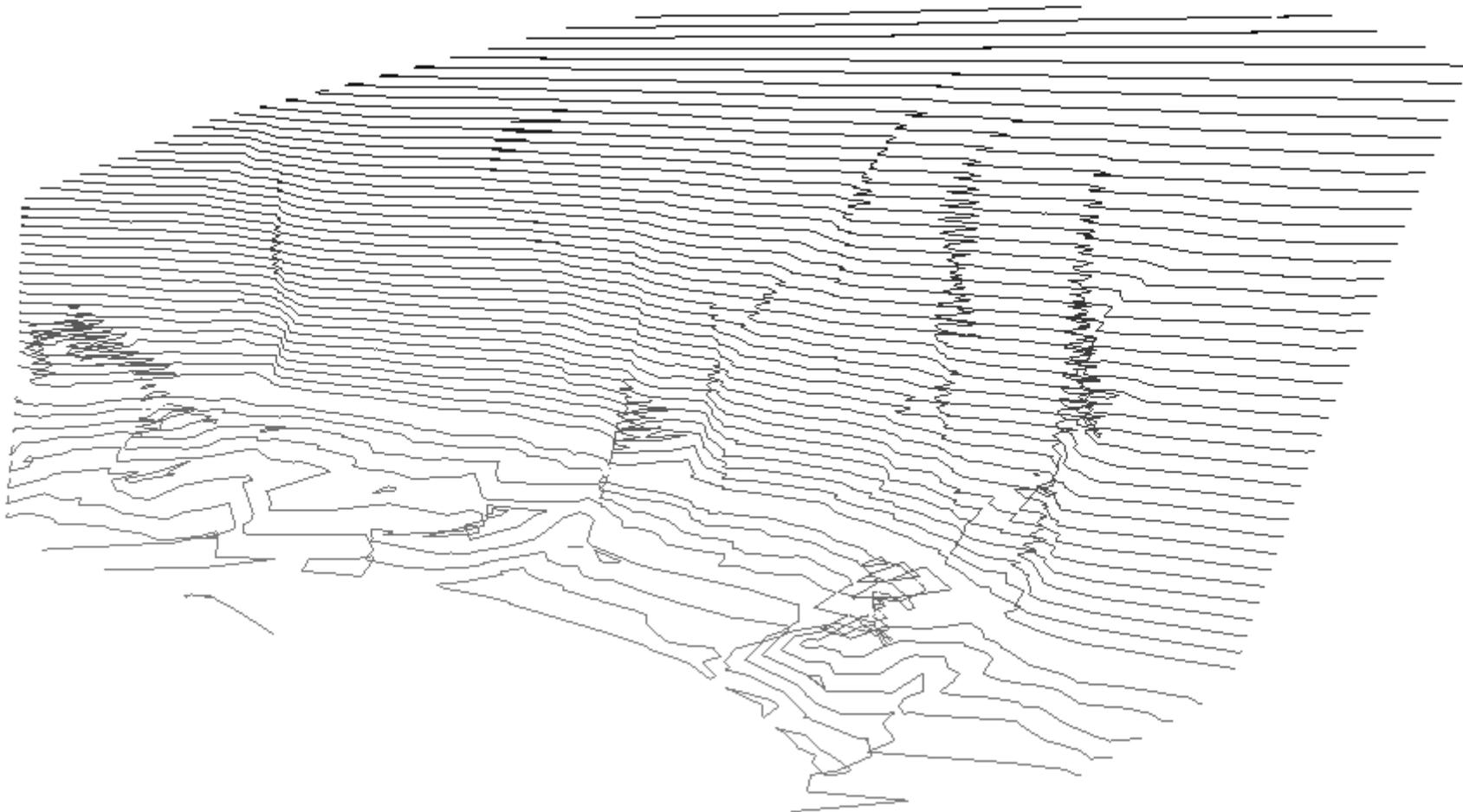


Figura 47: Isolinhas de cotas do terreno final

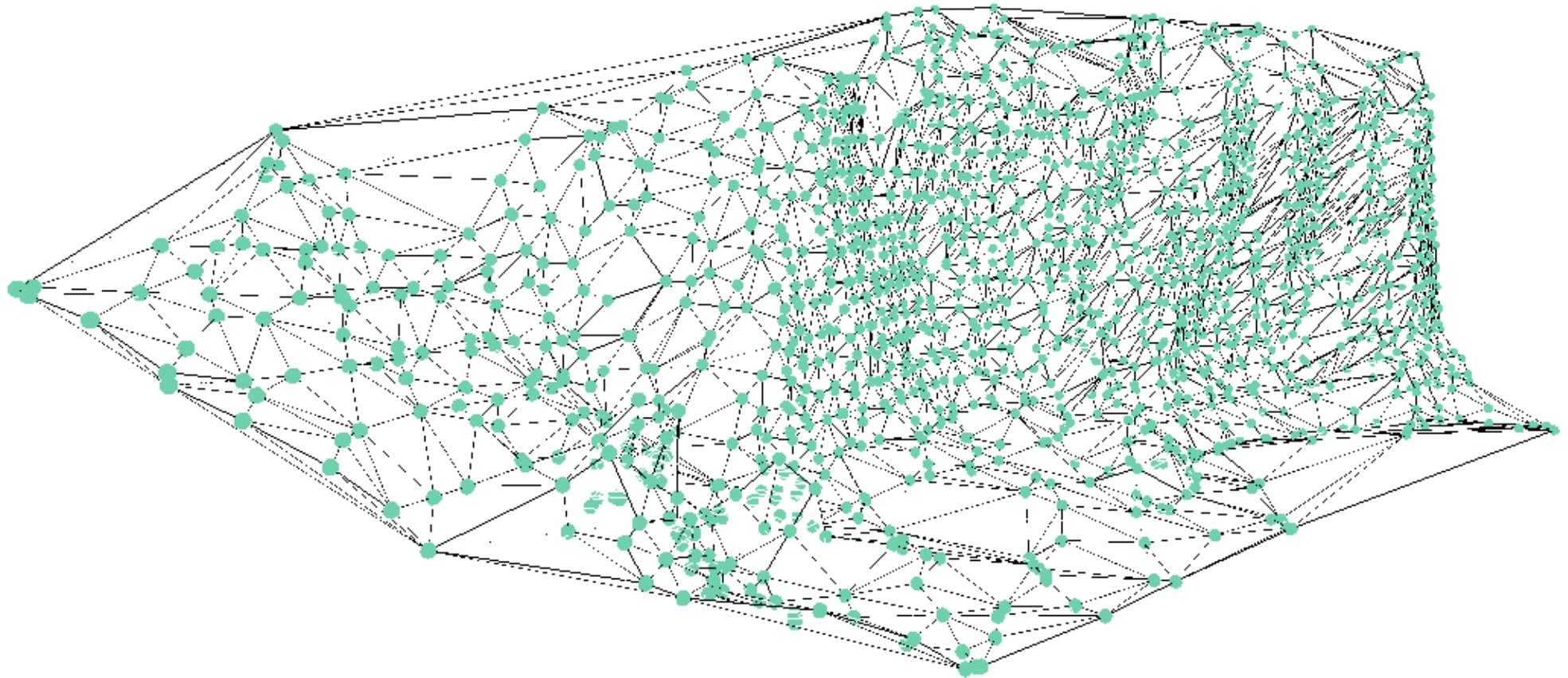


Figura 48: Triangulação final

6

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Aqui podemos desenvolver passo a passo os principais algoritmos necessários para que qualquer leitor desse trabalho possa desenvolver de maneira fácil (relativamente) uma ferramenta para a análise dos pontos coletados pelo equipamento laser. A importância de ter esse terreno modelado é imensa e poderíamos escrever outro trabalho apenas sobre o tema, mas pode-se comentar que além da geração das isolinhas podemos também detetar elementos cruciais no desmonte de rochas como o afastamento crítico e dada uma coordenada do espaço bidimensional (uma coordenada UTM, por exemplo) poderíamos detetar a altitude daquele ponto e, por exemplo, criar um furo (ou simula-lo).

Aqui recomenda-se para trabalhos futuros além da exploração da aplicação desse algoritmo uma melhor exploração do algoritmo de costura.

Bibliografia

- Aurenhammer, F., Klein, F., & Lee, D. (2013). *Voronoi Diagrams and Delaunay Triangulation*.
- Batra, A. (2011). Analysis and Approach: K-Means and K-Metoids Data Mining. *5 IEEE International Conference on Advanced Computing & Communication Technologies*, (págs. 274-279).
- Bhandari, S. (1997). *Engineering Rock Blasting Operations*. Rotterdam: Balkema.
- Blast Metrix 3D*. (02 de 02 de 2017). Obtenido de <http://3gsm.at/produkte/blast-metrix/>
- Boulos, P. (2005). *Geometria Analítica: um tratamento vetorial*. São Paulo: MAKRON Books do Brasil.
- Cobre Las Cruces*. (06 de 02 de 2017). Obtenido de <http://www.cobrelascruces.com/index.php/mina/>
- Czaplicki, J. (2014). *Statistics for Mining Engineering*. Leiden: CRC Press/Balkema.
- Dantzig, G. (1963). *linear Programming and Extensions*. Princeton: Princeton University Press.
- De Berg, M., Cheong, O., Kreveld, M. V., & Overmars, M. (2008). *Computational Geometry - Algorithms and Applications*.
- Dilution, Ore Grade and Blast Movement Calculation Model. (2015). *Fragblast 11*, (págs. 71-78). Sydney.
- Dowding, C. H. (1985). *Blast Vibration Monitoring and Control*. Ottawa: Prentice-Hall.
- Drones. (2016). *International Mining*, 62-73.
- Eye 2 Map*. (02 de 02 de 2017). Obtenido de <http://www.eye2map.com/>
- Galton, F., & Hamilton Dickson, J. (1886). Family Likeness in Stature. *Royal Society of London*, 42-73.
- Gass, S. I., & Assad, A. (2005). *An Annotated Timeline of Operations Research: An Informal History*. Boston: Kluwer Academic.
- Goldbarg, M. C., & L. Luna, H. P. (2000). *Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos*. Rio de Janeiro: Campus.
- Goldberger, A. (1991). *A Course in Econometrics*. Cambridge: Havard University Press.
- Grubbs, F. (1969). Procedures for Detecting Outlying Observations in Samples. *Technometrics 11*, 1-21.
- Gujarati, D., & Porter, D. (2010). *Econometria*. México: McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V.

- Hamming, R. (1971). *Introduction to Applied Numerical Analysis*. New York: Mcraw-Hill.
- Hamming, R. (1973). *Numerical Methods for Scientists and Engineers*. New York: McGraw-Hill.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2010). *Introducción a la Investigación de Operaciones*. Mexico: MCGRAW-HILL / INTERAMERICANA DE MEXICO.
- Hjelle, O., & Daehlen, M. (2006). *Triangulations and Applications*. Lysaker.
- Hustrulid, W. (1999). *Blasting Principles for Open Pit Mining*. Rotterdam: A. A. Balkema.
- Jimeno, C. L., Revuelta, M. B., Sánchez-Porro, J. R., & Bermúdez, P. G. (2000). *Manual de Aplicaciones Informáticas en Minería*. Madrid.
- Lee, D. T., & Schachter, B. J. (1980). Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation. *International Journal of Computer and Information Sciences*, págs. 219-242.
- Lima, E. L. (2004). *Curso de análise*. Rio de Janeiro: IMPA.
- Lipschutz, S. (1994). *Álgebra Linear: teoria e problemas*. São Paulo: Makon Books.
- Mathews, J., & Fink, K. (2000). *Métodos Numéricos con Matlab*. Madrid: Pearson Educación, S.A.
- Maxam. (06 de 02 de 2017). Obtenido de <http://www.maxam.net/>
- Microsoft partner Trimble. (02 de 02 de 2017). Obtenido de <https://mspouser.com/microsoft-partner-trimble-explains-benefits-hololens-visualizing-mining-data/>
- Miranda, V. G. (2012). Límites Óptimos Para la Toma de Decisiones en la Construcción de Nuevas Oficinas: Un Enfoque Logístico. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Miranda, V. G. (2016). Blast Software Development. *PIMBIS-Portugal Internacional Mining Business & Investment I Summit 2016*. Lisboa: Feira Internacional de Lisboa.
- Miranda, V. G. (2016). *Validação de Modelos: Uma Análise Residual*. Porto.
- Miranda, V. G., Couceiro, P., & Blazquez, J. (2015). Rioblast: Software de diseño y simulación de voladuras en entorno 3D. *IV Congreso Nacional de Áridos*, (págs. 850-857). Madrid.
- Miranda, V. G., Leite, F. S., Jesus, C., & Sobral, R. (2017). A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*. Florida.
- Miranda, V. G., Leite, F. S., Jesus, C., & Sobral, R. (2017). A New Blast Vibration Analysis Methodology. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*. Florida.
- Moreira Andrade Gomes, J. P. (2016). Metodologia para Análise de Vibrações Provocadas por Desmorte com Recurso a Explosivos. Porto, Portugal.

- Newman, J. R. (1956). *The World of Mathematics*, vol. 2. Simon & Schuster.
- Novales Cinca, A. (1993). *Econometría*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.
- O-Pitblast*. (01 de 02 de 2017). Obtenido de <http://www.o-pitblast.com>
- Pearson, K., & Lee, A. (1903). On the Laws of Inheritance in Man. *Biometrika*, 357-462.
- Platt, J., & Stephens, M. (2016). Profile, Profile, Profile. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*. Las Vegas.
- Reis, E. (2001). *Estatística Multivariada Aplicada*. Lisboa: Sílabo.
- Renishaw. (2014). Brochure - Quarryman® Pro.
- Rock Blast*. (02 de 02 de 2017). Obtenido de <http://www.rockblast.cl/>
- Samaniego, F. (2014). *Stochastic Modeling and Mathematical Statistics*. Davis: CRC Press.
- Sanchidrián, J. A., & Muñiz, E. (2000). *Curso de Tecnología de Explosivos*. Madrid: Servicio de Publicaciones de la Fundación Gómez-Pardo.
- Silveira Ferreira, P. J. (2013). *Princípios de Econometria*. Venda do Pinheiro: Rei dos Livros.
- Simulators and Training. (2016). *International Mining*, 30-35.
- South African Technology and Services. (2017). *International Mining*, 42-52.
- System, P. M. (05 de 02 de 2017). Obtenido de <http://www.pulsarmeasuring.co.uk/>
- Taha, H. (2008). *Pesquisa Operacional: Uma Visão Geral*. São Paulo: Pearson Prentice Hall.
- Tan, P.-N., Steinbach, M., & Kumar, V. (2005). *Introduction to Data Mining*.
- Thomas, C. (2003). *Improved Blasting Control and Quantity Calculations Using Reflectorless Laser System*.
- Tormos Juan, P., & Lova Ruiz, A. (2003). *Investigación Operativa para Ingenieros*. Valencia: Universidad Politecnica de Valencia.
- Wampum Hardware*. (2017). Obtenido de <http://wampumhardware.com/>
- Wiegand, J. E., & Valentim, L. (2016). Using Photogrammetry Data from Unmanned Aerial Vehicle (UAV), Small Unmanned Aircraft Systems (sUAS) for Blast Design. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*. Las Vegas.
- Wiesel, E. (1960). *NIGHT*. BANTAM BOOKS.

7

ANEXOS

7.1. ANEXO I

Pulsar Measuring Systems Ltd

TS1M Scanning ULS Laser System

Description of Commands and Data Format

Issue 1.6 February 8th 2011

Communication

All communication to and from a standard TS1M is by RS232 serial ASCII at 57600 baud, 8 data bits, no parity, 1 stop bit

All communication to and from a High Speed (HS) version is at 115200 baud

Data Connector

The TS1M is fitted with a 9 pin DB9 socket for connection to an external computer or data collector.

Pin 1 Do not connect

Pin 2 Serial data out from TS1M

Pin 3 Serial commands in to TS1M

Pin 4 Do not connect

Pin 5 0V ground

Pin 6 Do not connect

Pin 7 Do not connect

Pin 8 Do not connect

Pin 9 Do not connect

Data output format

Data is output from the TS1M in the following 2 formats

If intensity measurement is disabled in the ULS laser

dddd.ddd, vvv.vv, hhh.hhh<CR><LF>

If intensity measurement is enabled in the ULS laser

dddd.ddd, vvv.vv, hhh.hhh, nnn<CR><LF>

This needs to be switched on in the ULS using the Lasertech utility

dddd.ddd represents target point distance in metres

vvv.vv represents the vertical angle of the target point in degrees

Horizontal is 090.00 degrees, vertically upwards is 000.00 degrees

The vertical angle resolution is 0.036 degrees

hhh.hh represents the horizontal angle of the target point in degrees

This value lies between 000.000 and 359.970 and increases to the right

The horizontal angle resolution is 0.036 degrees

nnn represents the intensity of the relected signal
This value lies between 000 and 100 nanoseconds

Data in these formats will be output in response to manual triggering of the laser or to the
“Measure” command or automatically during a scanning operation

Command format

The TS1M responds to the following single and multiple character ASCII commands

Measure

ASCII character M

Reply Data block

Reset the verical angle to 090.00

ASCII character v

Reply None

Reset the horizontal angle to 000.000

ASCII character h

Reply None

Query the TS1M fixed settings

ASCII character q

Reply Data showing the settings as follows

Software version TS1M V3.3 2004

TS1M serial # <S>s#=167F

Horizontal loop gain <H>Hg=025.0

Horizontal settle count <j>Hs=0015

Vertical loop gain <V>Vg=035.0

Vertical settle count <k>Vs=0015

Default vertical scan step <x>Vstep=01.00

<y>Range=000.00

< >VAstep=00.00

Laser type code <l>Laser=6

Fixed setup in ROM

The commands shown in the above data are factory preset and cannot be accessed by the user

Test the vertical and horizontal angles

ASCII character t

Reply A standard data block with no distance data

Motor the horizontal angle to a set value

ASCII command Xnnn.nn<CR>

Where nnn.nn is between 0 and 359.9

Reply None

Motor the vertical angle to a set value

ASCII command Ynnn.nn<CR>

Where nnn.nn is between 0 and 180.0

Reply None

Begin collecting manual polygon data

ASCII character s

Reply None

Once this command has been issued the user should point the TS1M at a sucession of points to define the polygon which will be scanned. The user may start at any point and should proceed in a clockwise direction. The polygon need not be closed, this will be done automatically by joining the first and last points. A maximum of 50 polygon corners (points) is permitted

End collecting manual polygon data

ASCII character f

Reply None

This command should be issued after the polygon has been defined and before the scan is started

Start polygon automatic scan

ASCII character g

Reply None

The automatic scan of the defined polygon will start and will run until the whole of the defined area has been covered. Standard data blocks will be automatically output for each point measured inside the defined polygon

Abort polygon automatic scan

ASCII character a

Reply None

The automatic scan of the defined polygon will be terminated. Issuing a Start scan command will cause the scan to restart at the beginning

Test the horizontal motor drive

ASCII character z (lower case)

Reply Standard data blocks with no distance

The horizontal drive will run clockwise in 10 steps of 0.5 degrees and return with no laser measurements being triggered

Test the horizontal motor drive and laser

ASCII character Z (upper case)

Reply Standard data blocks

The horizontal drive will run clockwise in 10 steps of 0.5 degrees and return with the laser being triggered at each point

Test the horizontal motor drive continuously

ASCII character c (lower case)

Reply Standard data blocks with no distance

The horizontal drive will run clockwise in 20 steps of 0.25 degrees and return with no laser measurements being triggered. This sequence will be repeated indefinitely until the PC keyboard space bar is pressed. The test will then stop at the end of the current sequence.

Test the horizontal motor drive and laser continuously

ASCII character C (Upper case)

Reply Standard data blocks

The horizontal drive will run clockwise in 20 steps of 0.25 degrees and return with the laser being triggered at each point. This sequence will be repeated indefinitely until the PC keyboard space bar is pressed. The test will then stop at the end of the current sequence.

Test the vertical motor drive (HS version only)

ASCII character b (lower case)

Reply Standard data blocks with no distance

The vertical drive will run 10 steps of 0.5 degrees and return with no laser measurements being triggered

Test the vertical motor drive and laser (HS version only)

ASCII character B (upper case)

Reply Standard data blocks

The vertical drive will run 10 steps of 0.5 degrees and return with the laser being triggered at each point

Test the vertical motor drive continuously (HS version only)

ASCII character n (lower case)

Reply Standard data blocks with no distance

The vertical drive will run 20 steps of 0.25 degrees and return with no laser measurements being triggered. This sequence will be repeated indefinitely until the PC keyboard space bar is pressed. The test will then stop at the end of the current sequence.

Test the vertical motor drive and laser continuously (HS version only)

ASCII character N (Upper case)

Reply Standard data blocks

The vertical drive will run 20 steps of 0.25 degrees and return with the laser being triggered at each point. This sequence will be repeated indefinitely until the PC keyboard space bar is pressed. The test will then stop at the end of the current sequence.

This document does not describe the commands used to setup the ULS laser firing rates and other complex functions involved in automatic high speed scanning. The reason for this is that much of the functionality of high speed scanning is contained within the PMS application software in the PDA.